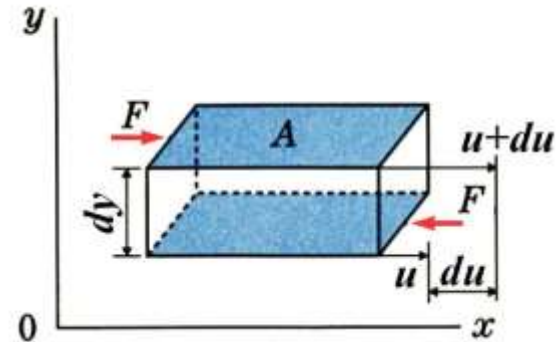
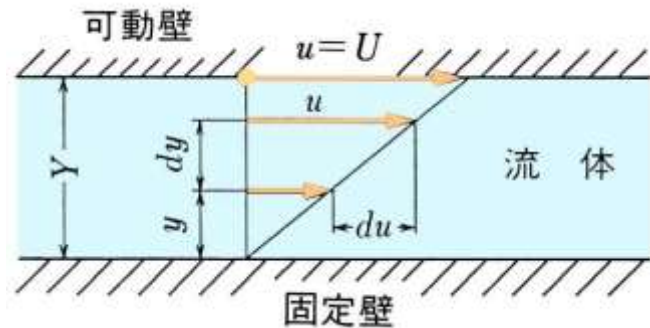


1.6 粘性 (p9)

ポイント: 流体の粘性の表し方について考える

流体には、サラサラしたものとネバネバしたものがあり、この粘り具合のことを粘性という。



板に働く摩擦力 F は、板の面積 A および板の速度差 du が大きいほど大きく、板の間隔 dy が狭いほど大きい。

μ を比例定数とすると (板を流体に置き換えても同じ)

$$F = \mu A \frac{du}{dy} \quad [\text{N}] \quad (1.14)$$

du および dy などの d が付いた量は Δ と同じ微小量とする。

$$F = \mu A \frac{du}{dy} \quad [N] \quad (1.14)$$

μ は粘度と呼ばれ、粘性 の大きさを表す。粘度が高いほど ドロドロしてる。

$$\frac{F}{A} = \tau = \mu \frac{du}{dy} \quad [Pa] \quad (1.15)$$

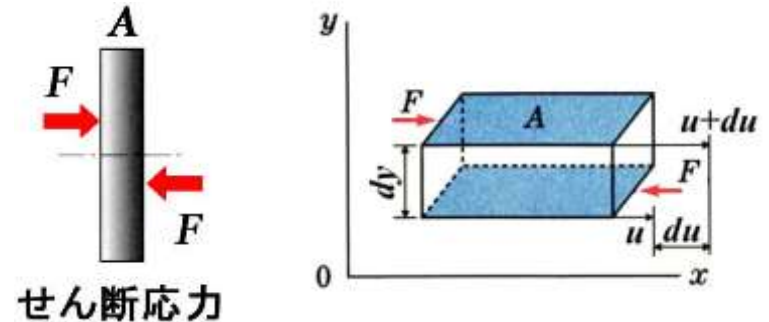
速度こう配

粘 度

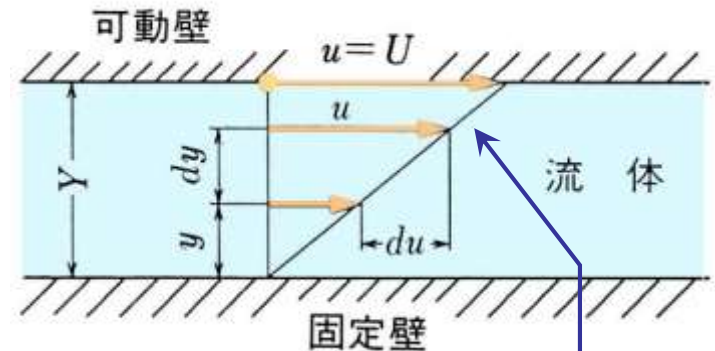
せん断応力

Y が小さければ

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{U}{Y} \quad [Pa]$$



せん断応力

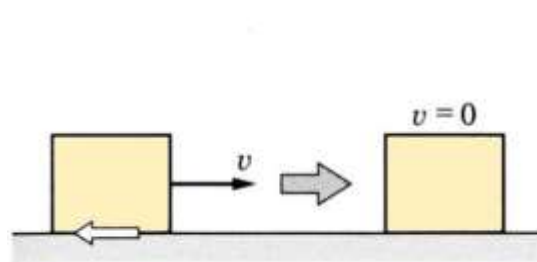


この傾きを速度
こう配という

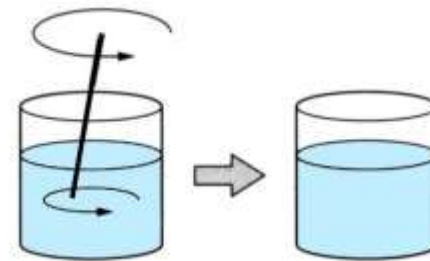
$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} \quad [Pa] \quad (1.15)$$

せん断応力 τ は単位面積当たりの摩擦力を表し、粘度 μ の単位は $[Pa \cdot s]$ となる。上式をニュートンの粘性法則といい、この式にしたがう流体をニュートン流体という。

$$0.1[Pa \cdot s] = 1[P](\text{ポアズ})$$



摩擦がある場合の
物体の運動



粘性がある場合の
流体の運動

表1.2-3 水と空気の粘度と動粘度(p4・5)

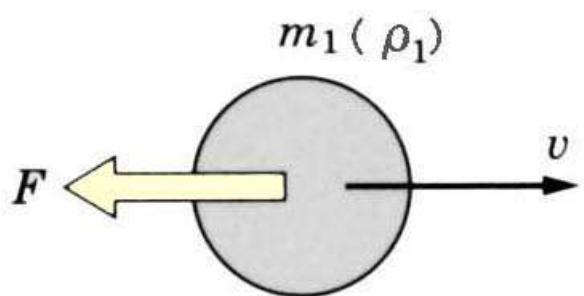
液体の粘度は温度とともに減少し、気体の粘度は温度上昇とともに増加する。

温度[°C]	水		空気	
	$\mu \times 10^{-3} [\text{Pa} \cdot \text{s}]$	$\nu \times 10^{-6} [\text{m}^2 / \text{s}]$	$\mu \times 10^{-5} [\text{Pa} \cdot \text{s}]$	$\nu \times 10^{-6} [\text{m}^2 / \text{s}]$
0	1.792	1.792	1.724	13.33
10	1.307	1.307	1.773	14.21
20	1.002	1.004	1.822	15.12
30	0.797	0.801	1.869	16.04
40	0.653	0.658	1.915	16.98

粘度 μ を密度 ρ で割ったものを動粘度といい

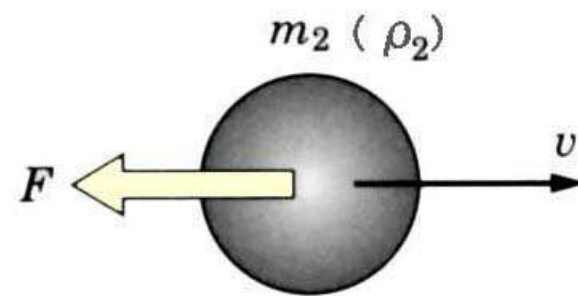
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [\text{m}^2 / \text{s}] \quad (1.16)$$

流体の運動状態での粘性を考える場合に用いる。



プラスチック球 (速く減速)

《

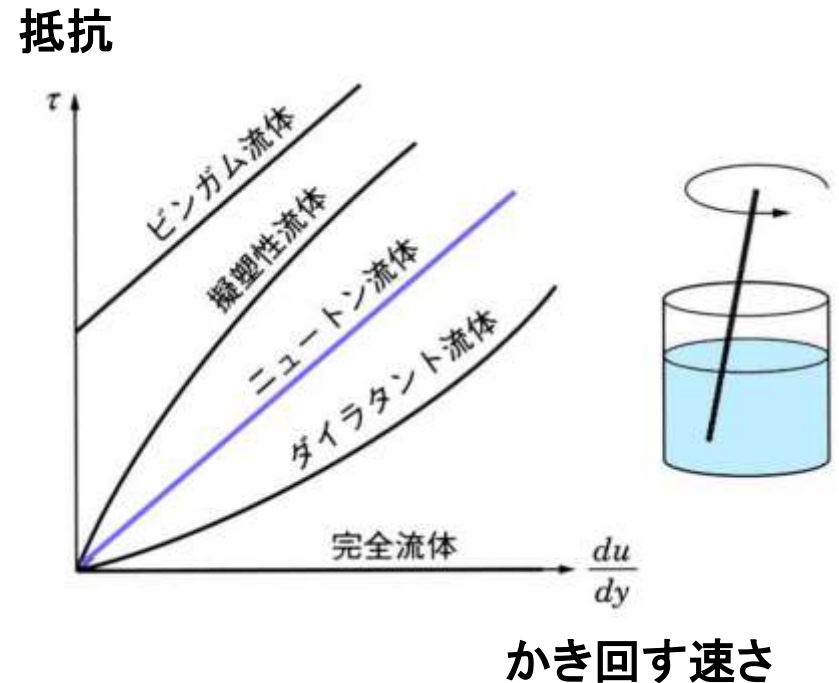


鉄球 (なかなか減速しない)

ニュートン流体、非ニュートン流体

ニュートンの粘性法則に従う流体をニュートン流体といい、なかにはニュートンの法則に従わない流体もあり、これを非ニュートン流体という。

速度こう配 du / dy に対する粘性応力 τ の大きさをグラフにしたものを、運動曲線と呼ぶ。



- ・ビンガム流体：アスファルト、ペイント
- ・擬塑性流体：高分子溶液、でん粉のり
- ・ダイヤラント流体：デンプンに水を加えたもの

〔練習問題 4〕

長さ 1.0 m 、幅 1.0 m の板を液体膜の上を一定速度 20 cm/s で滑るとき 75 N の力を要した。液体膜の厚さが 1.5 mm のときこの液体の粘度を求めよ。

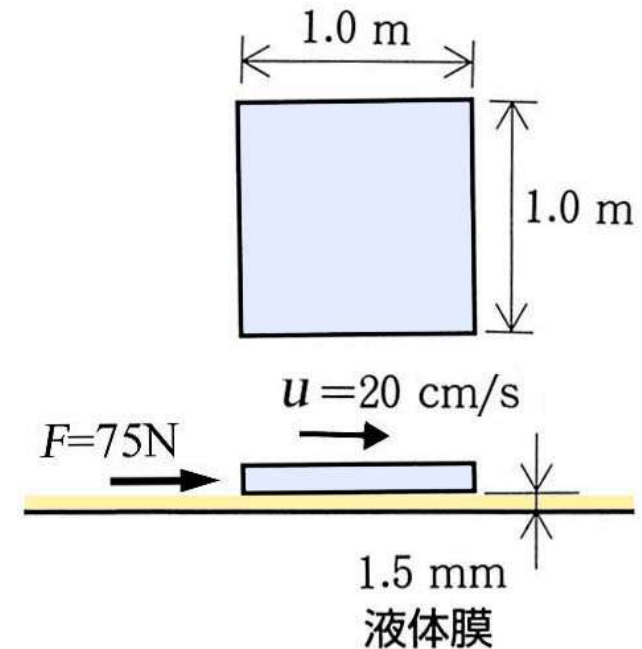
〔解〕

$$F = \mu A \frac{du}{dy} \quad (1.14) \rightarrow \mu = \frac{F}{A} \cdot \frac{dy}{du}$$

$$F = 75\text{ N}, A = 1.0 \times 1.0 = 1.0\text{ m}^2, dy = 1.5\text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3}\text{ m}$$

$$du = 20\text{ cm/s} = 0.20\text{ m/s}$$

$$\therefore \mu = \frac{75}{1.0} \times \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.20} = 0.563\text{ [Pa} \cdot \text{s]}$$



〔例題 4 (p11)〕 直径 D の軸受に直径 d の軸をはめ、その透き 間を粘度 μ の油で潤滑している。この軸を角速度 ω で回転させるとき、必要なモーメントは幾らか。また、そのために消費する動力は幾らか。軸の単位長さについて求めよ。

〔解〕 軸と軸受を引き延ばして 2 枚の平行平板の間に油があると考える

$$\text{力 } F = \mu A \frac{du}{dy} \quad (1.14)$$

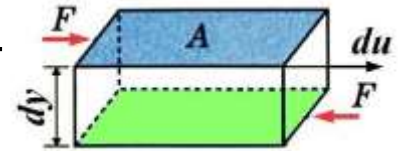
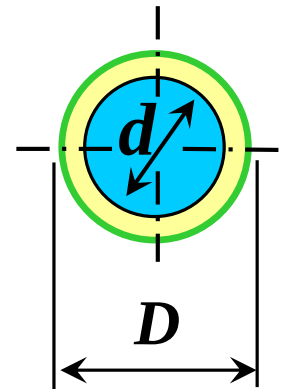
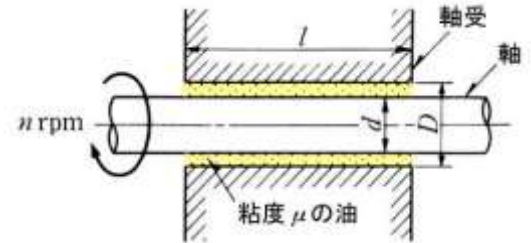
単位長さ

$$A = \pi d \times 1, \quad du = r\omega = \frac{d}{2}\omega, \quad dy = \frac{D-d}{2}$$

$$\therefore F = \mu \cdot \pi d \frac{d\omega/2}{(D-d)/2} = \frac{\mu\pi d^2\omega}{D-d}$$

$$\text{モーメント (トルク) } M = F \cdot r = F \cdot \frac{d}{2} = \frac{\mu\pi d^3\omega}{2(D-d)}$$

$$\text{動力 } P = M \cdot \omega = \frac{\mu\pi d^3\omega^2}{2(D-d)}$$



1.7 表面張力 (p11)

ポイント: 水滴やシャボン玉の表面での力のつり合いを考える

液体の表面には、その面積を小さくしようとする力がはたらいており、これを表面張力という。

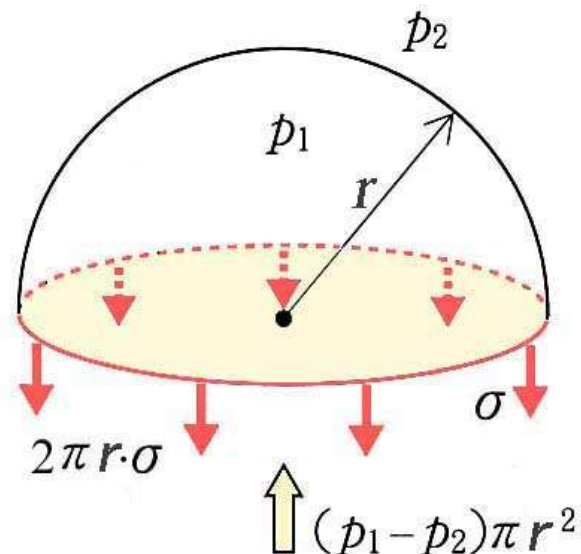


液体と気体との接触面では、液体分子がお互いに凝集しようとするため表面張力が発生する。

表面張力の単位は、単位長さ当たりの力 $[N/m]$ である。

(1) 表面張力による圧力差

表面張力によって液滴が縮まろうとするから、液滴の内部の圧力 p_1 は外部の圧力 p_2 よりも高い。



球の半径を r とすると、液滴内外の圧力差による力 $(p_1 - p_2)\pi r^2$ と、表面張力による力 $2\pi r \cdot \sigma$ が釣りあう。

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = 2\pi r \cdot \sigma$$

$$\therefore p_1 - p_2 = \Delta p = \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d} \quad [Pa] \quad (1.18)$$

〔練習問題 5〕

20°Cにおける水中の気泡の直径が2 mm のとき、気泡内の圧力はどれほど高くなるか。ただし、水の空気に対する表面張力は $\sigma = 72.77 \text{ mN} / \text{m}$ (表1.8 p12)である。

ミリ

メートル

〔解〕

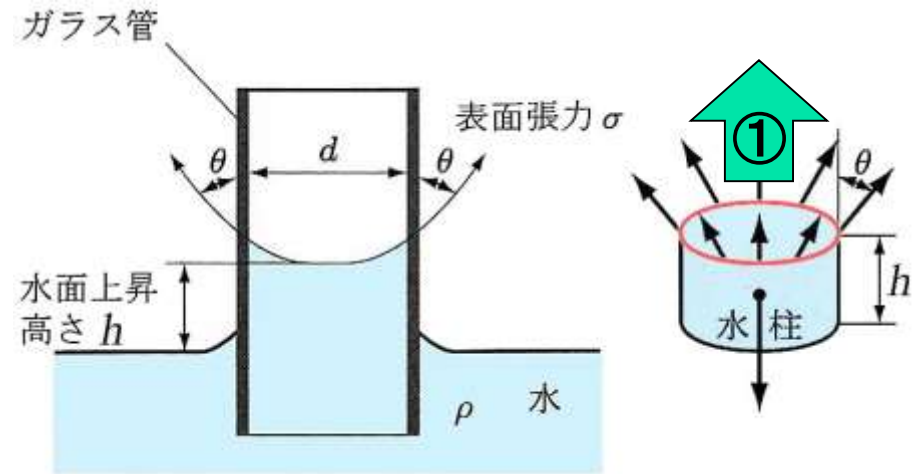
$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d} \quad (1.18)$$

$\sigma = 72.77 \text{ mN} / \text{m} = 72.77 \times 10^{-3} \text{ N} / \text{m}$, $d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$
を代入すれば

$$\therefore \Delta P = \frac{4 \times 72.77 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 146 [\text{Pa}]$$

(2)毛管現象(毛細管現象)

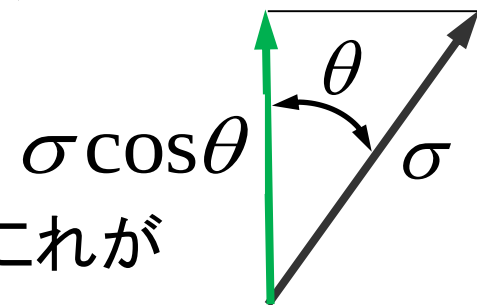
液体中に細い管を立てると、
付着力が凝集力よりも大きい
ときは図に示すように高くなり、
逆の場合は低くなる。
この現象を毛管現象という。



この現象は、液体の壁面への付着力と液体の凝集力の
相互作用によって起きる。

表面張力 σ の鉛直分力は、 $\sigma \cos \theta$ で表され、これが
管の円周 πd についてはたらくので、全体では

$$\pi d \cdot \sigma \cos \theta \dots \textcircled{1}$$



管内の液体の体積: $V = \frac{\pi}{4} d^2 h$

管内の液体の質量: $m = \rho V = \frac{\pi}{4} d^2 h \cdot \rho$

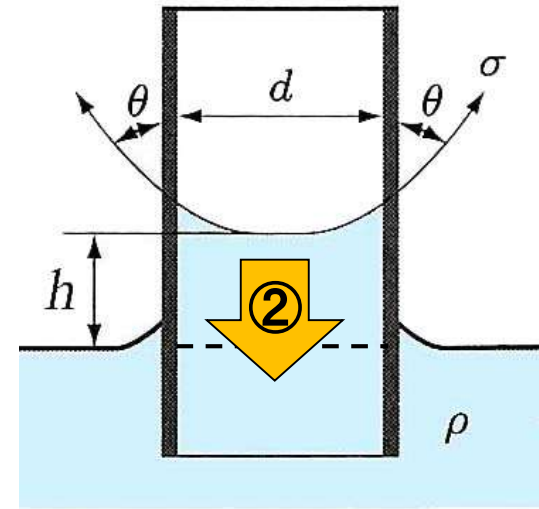
管内の液体の重量: $W = mg = \frac{\pi}{4} d^2 h \cdot \rho g \cdots \textcircled{2}$

式①と式②が等しいので

$$\pi d \cdot \sigma \cos \theta = \frac{\pi}{4} d^2 h \cdot \rho g$$

表面張力による力

持ち上げられた液体の重量



毛管現象による液面の高さ

$$h = \frac{4\sigma \cos \theta}{\rho g d} \quad [m] \quad (1.21)$$

〔練習問題 6〕

内径 8mm のガラス管を 20°C の水に入れたときの毛管現象による水面上昇を求めよ。水の密度は $10^3\text{kg}/\text{m}^3$ 、接触角を 8° とし、表面張力は $72.77\text{mN}/\text{m}$ (表1.8 p12) とする。

〔解〕

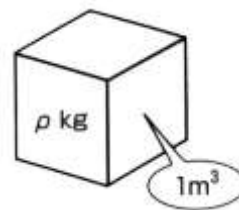
$$\sigma = 72.77\text{ mN} / \text{m} = 72.77 \times 10^{-3}\text{ N} / \text{m}, d = 8\text{ mm} = 8 \times 10^{-3}\text{ m},$$

$$\rho = 10^3\text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{4\sigma \cos \theta}{\rho g d} = \frac{4 \times 72.77 \times 10^{-3} \times \cos 8^\circ}{10^3 \times 9.8 \times 8 \times 10^{-3}} \\ &= 3.68 \times 10^{-3} [\text{m}] = 3.68 [\text{mm}] \end{aligned}$$

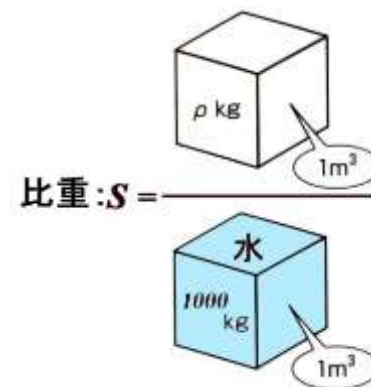
第1章 復習

$$1. \text{ 密度: } \rho = \frac{\text{質量: } m}{\text{体積: } V} [kg / m^3]$$



$$2. \text{ 比重: } s = \frac{\text{物体の密度: } \rho}{\text{水の密度: } \rho_w} = \frac{\rho}{1000}$$

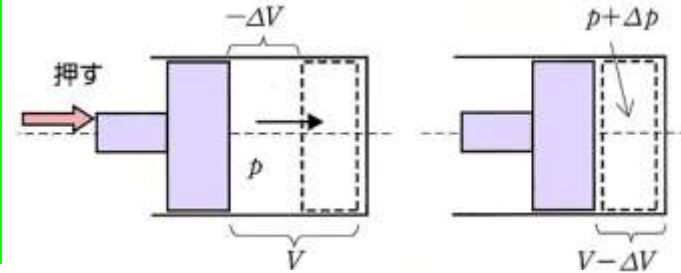
$$\therefore \text{ 物体の密度: } \rho = s \times 10^3 [kg / m^3]$$



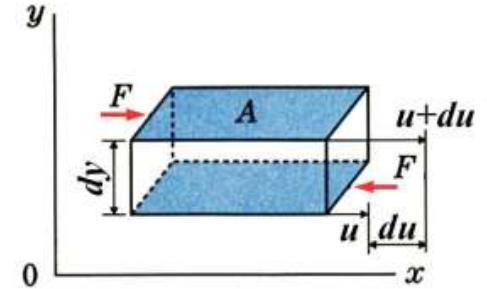
$$3. \text{ 水の密度: } \rho_w = 10^3 kg / m^3 = 1 kg / L = 1 g / cm^3$$

$$4. 1 L = 10^{-3} m^3$$

5. 体積弾性係数 $K = \frac{1}{\kappa} = \frac{\Delta p}{-\frac{\Delta V}{V}} \quad [Pa]$

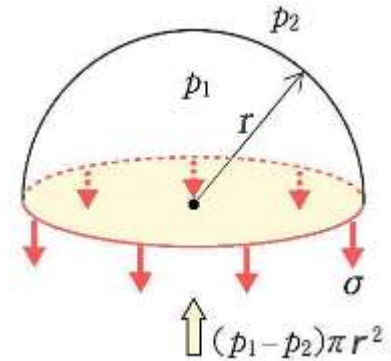


6. せん断応力 $\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} \quad [Pa]$



7. 動粘度 $\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [m^2 / s]$

8. 表面張力による圧力差 $\Delta p = \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d} \quad [Pa]$



9. 毛管現象による液面の高さ $h = \frac{4\sigma \cos\theta}{\rho g d} \quad [m]$

