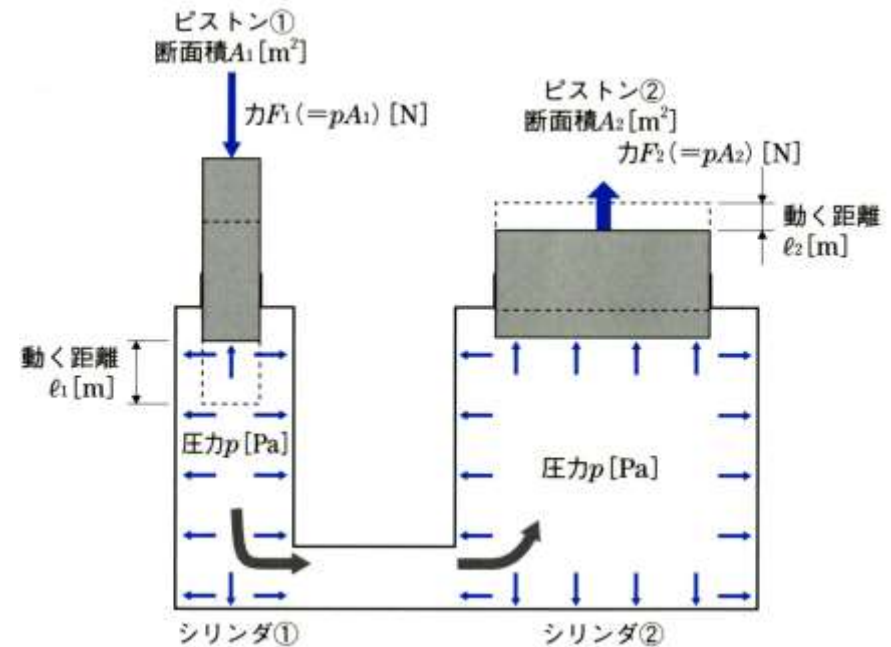


(3) 圧力の伝達

パスカルの原理：密閉 容器内の流体の一部に圧力を 加えると、その圧力と同じ大きさ の圧力が、全ての方向に伝わる。



各ピストンの面積を A_1, A_2 とし、ピストンに加わ る力を F_1, F_2 とすれば、ピストン表 面に加わる圧力は等し いことにより

$$\text{圧力: } p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \text{力: } F_2 = F_1 \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \quad (2.7)$$

(A_2 / A_1) の比率で力を増幅することができる



ブレーズ・パスカル
(Blaise Pascal, 1623~1662)

各ピストンの移動した距離を
 ℓ_1, ℓ_2 とすれば、両シリンダにお
 ける流体の移動量は等しいので

$$\text{体積: } V = \ell_1 A_1 = \ell_2 A_2$$

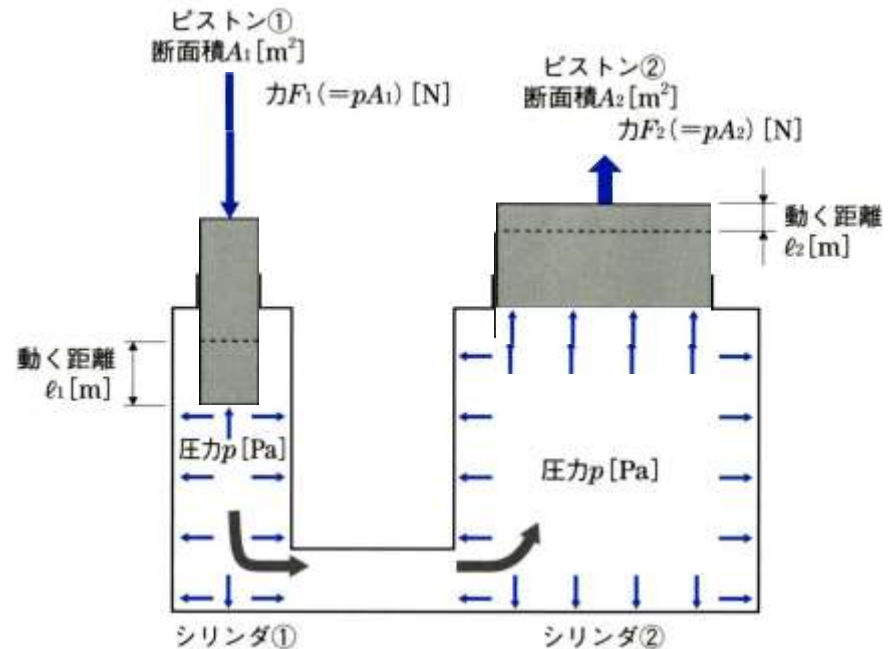
$$\rightarrow \text{距離: } \ell_2 = \ell_1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$$

仕事 = 力 $\times$ 距離 なので、

大ピストンの仕事: $F_2 \ell_2$

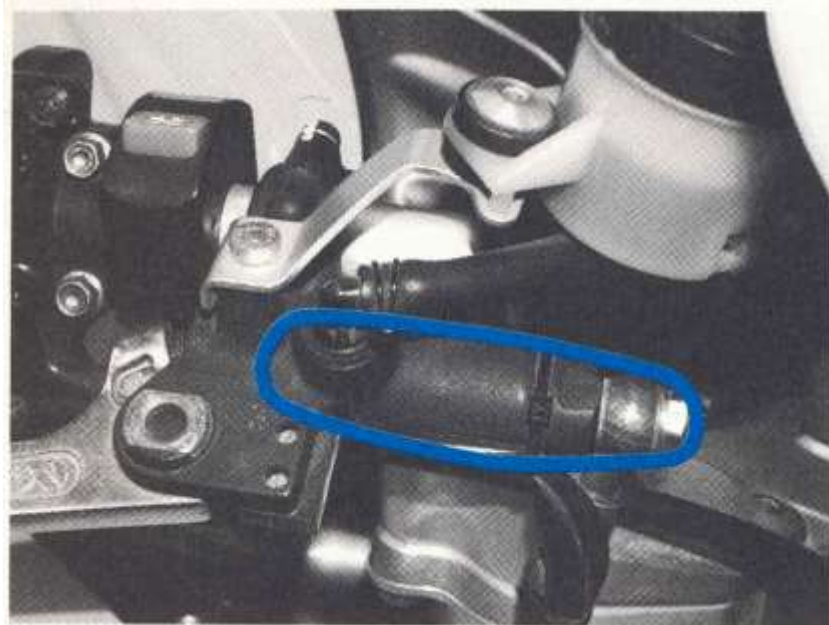
$$= F_1 \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \cdot \ell_1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right) = F_1 \ell_1 : \text{小ピストンの仕事} \quad (2.8)$$

力は得をしても、距離は長くなるので仕事は同じである。

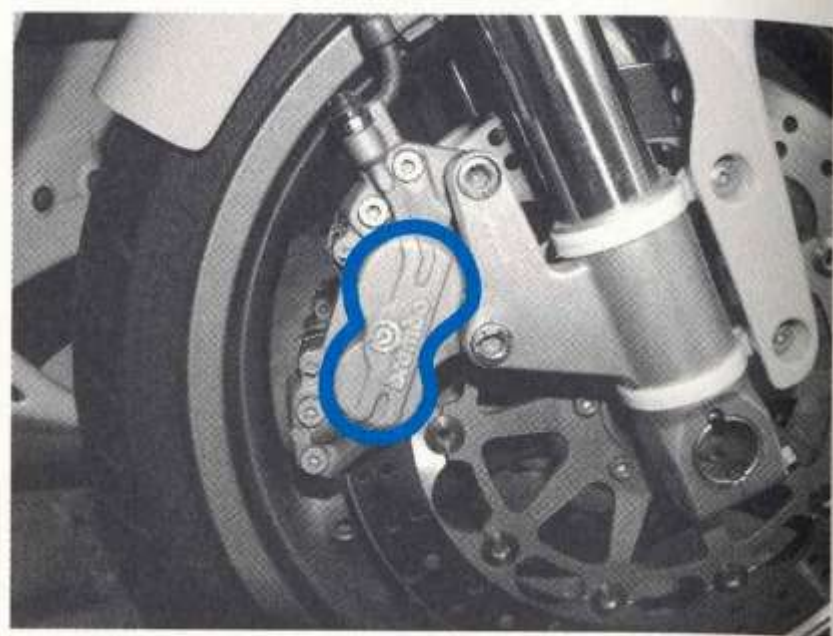


パスカルの定理の応用

オートバイのブレーキ



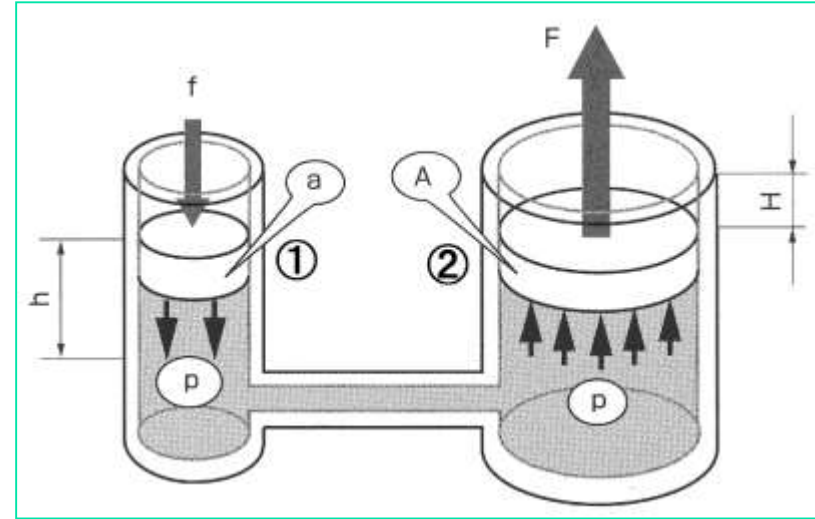
オートバイブレーキ
の小径シリンダ



ディスクブレーキ
の大径シリンダ

〔練習問題 4〕

水圧機において、ピストン②の上に 1.0 kN の物体を 10 mm 持ち上げるために、ピストン①に加えるべき力 $f\text{ N}$ と移動距離 $h\text{ m}$ を求めなさい。ただし、ピストン①の面積を $a = 2.0\text{ cm}^2$ 、ピストン②の面積を $A = 5.0\text{ cm}^2$ とする。また、両ピストンの仕事を求め、等しいことを求めよ。



〔解〕 圧力：
$$p = \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \rightarrow f = \frac{a}{A} F = \frac{2.0}{5.0} \times 1.0 \times 10^3 = 400[\text{N}]$$

体積：
$$V = h \cdot a = H \cdot A \rightarrow h = \frac{A}{a} H = \frac{5.0}{2.0} \times 0.01 = 0.025[\text{m}] = 25[\text{mm}]$$

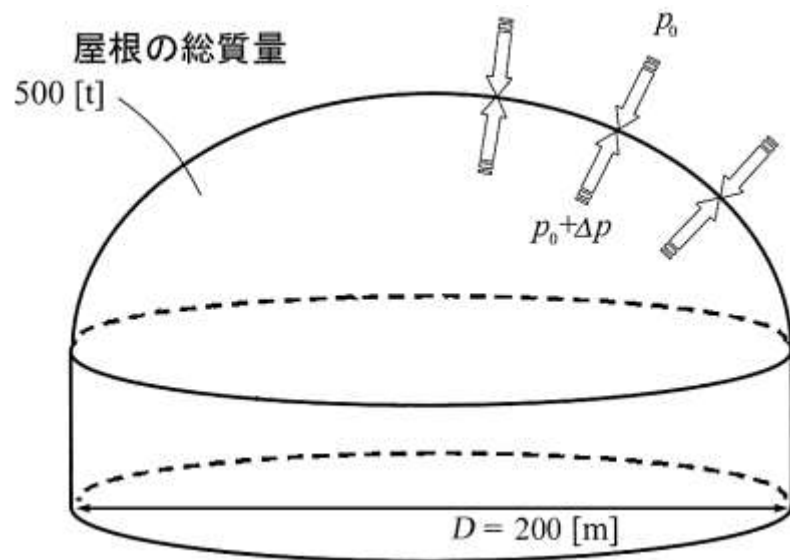
①のピストンの仕事：
$$W_1 = f \cdot h = 400 \times 0.025 = 10[\text{J}]$$

②のピストンの仕事：
$$W_2 = F \cdot H = 1.0 \times 10^3 \times 0.01 = 10[\text{J}]$$

ゆえに、①のピストンと②のピストンの仕事は同じである。

〔練習問題 5〕

図のような半球形のドーム球場の屋根を屋内の圧力だけで支えるには、大気圧 p_0 に比べていくら高くすればよいか。ドーム球場の床の直径 $D = 200\text{ m}$ 、屋根の総質量は 500 t とする。

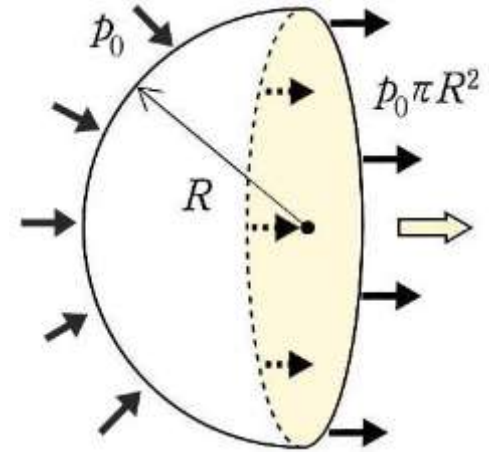
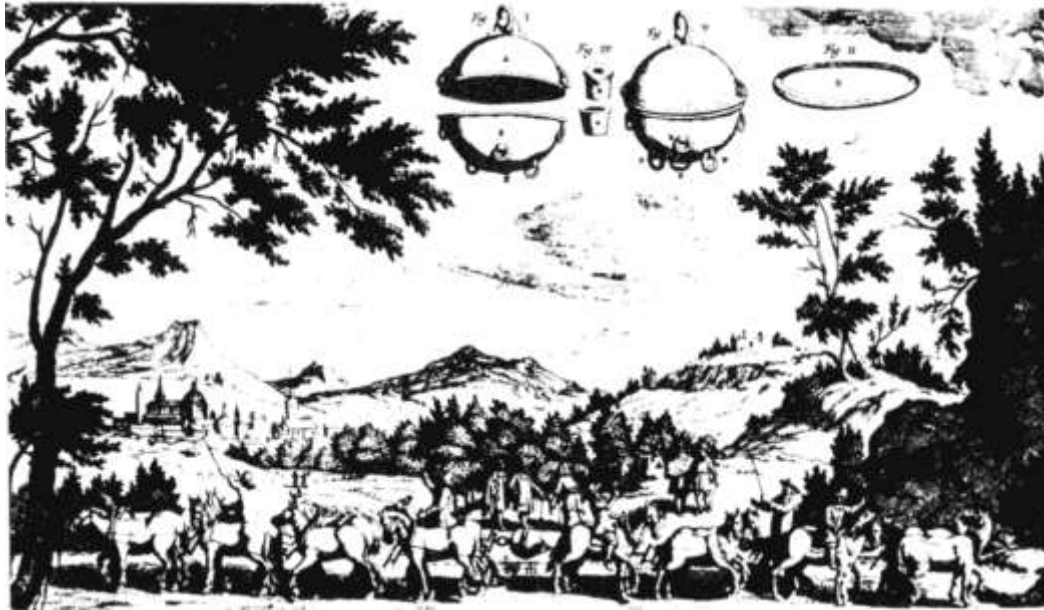


〔解〕 パスカルの原理から、屋根の内側に作用する圧力による力は、床に作用する圧力による力に等しい。この力が屋根の重量を支えればよいので

質量： $m = 500\text{ t} = 500 \times 10^3\text{ kg}$ ，重量： $W = mg = 500 \times 10^3 \times 9.8\text{ N}$

$$\Delta p = \frac{W}{A} = \frac{500 \times 10^3 \times 9.8}{\frac{\pi}{4} \times 200^2} = \frac{500 \times 10^3 \times 9.8 \times 4}{\pi \times 200^2} = 156[\text{Pa}]$$

マクデブルグの半球(1654.5.8)



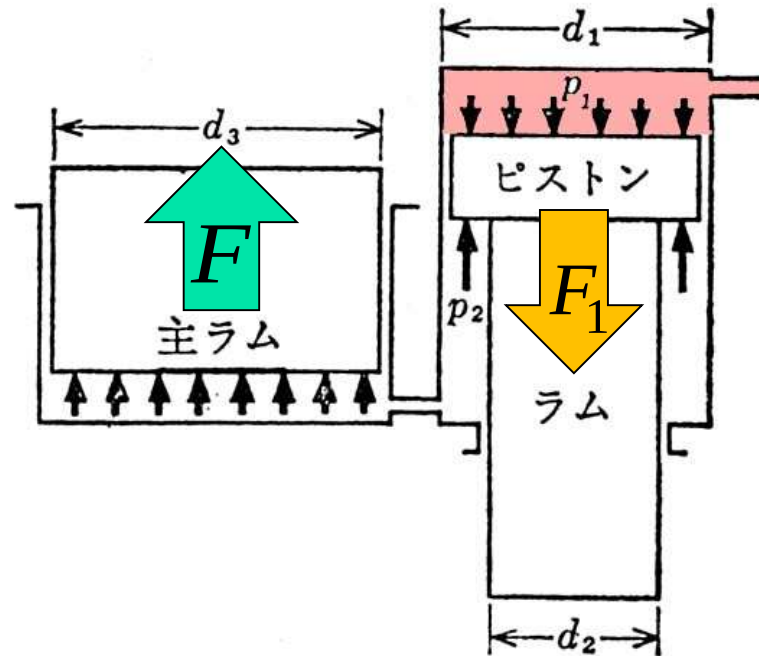
半球形の直径を 0.5 m と仮定すると投影面積 に大気圧が作用していると考えられる ので、

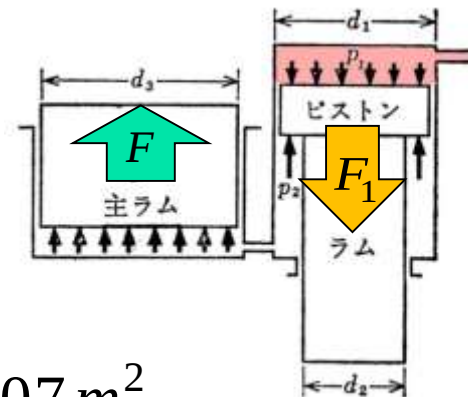
$$\text{圧力 } p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p \cdot A$$

上式の圧力 p に大気圧 $p_0 = 101.3\text{ kPa}$ を代入すると

$$\therefore F = 101.3 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} \times 0.5^2 = 19.9 \times 10^3 [\text{N}] = 2.0 \times 10^3 [\text{kgf}]$$

[例題 1($p21$)] 図に示す水圧機において、ピストン直径が $d_1 = 30\text{ cm}$ 、それにつながるラムの直径が $d_2 = 20\text{ cm}$ である場合、 $p_1 = 981\text{ kPa}$ の圧力水をピストンに作用させると発生する圧力はいくらか。また主ラムの直径が $d_3 = 45\text{ cm}$ ならば発生する力はいくらになるか。





〔解〕

ピストンの面積 : $A_1 = \pi d_1^2 / 4 = \pi \times 0.3^2 / 4 = 0.0707 \text{ m}^2$

ラムの面積 : $A_2 = \pi d_2^2 / 4 = \pi \times 0.2^2 / 4 = 0.0314 \text{ m}^2$

ピストンを押す力 : $F_1 = p_1 A_1 = 981 \times 10^3 \times 0.0707 = 69.4 \times 10^3 \text{ N}$

この力が圧力 p_2 を発生させるので,

$$p_2 = \frac{F_1}{A_1 - A_2} = \frac{69.4 \times 10^3}{0.0707 - 0.0314} = 1.77 \times 10^6 [\text{Pa}] = 1.77 [\text{MPa}]$$

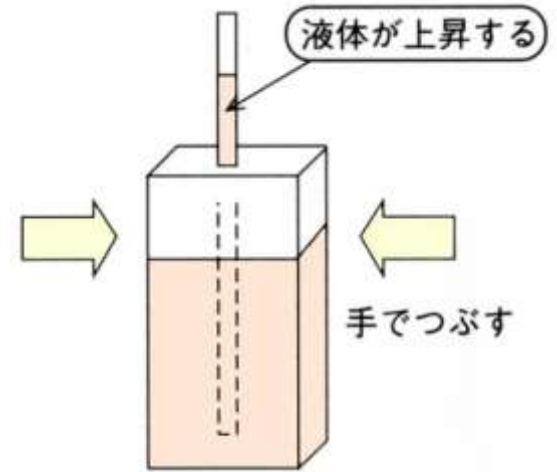
この圧力 p_2 が主ラムの力 F を発生させるので、 $p_2 = F / A_3$ から

$$F = p_2 A_3 = 1.77 \times 10^6 \times \frac{\pi}{4} \times 0.45^2 = 281 \times 10^3 [\text{N}] = 281 [\text{kN}]$$

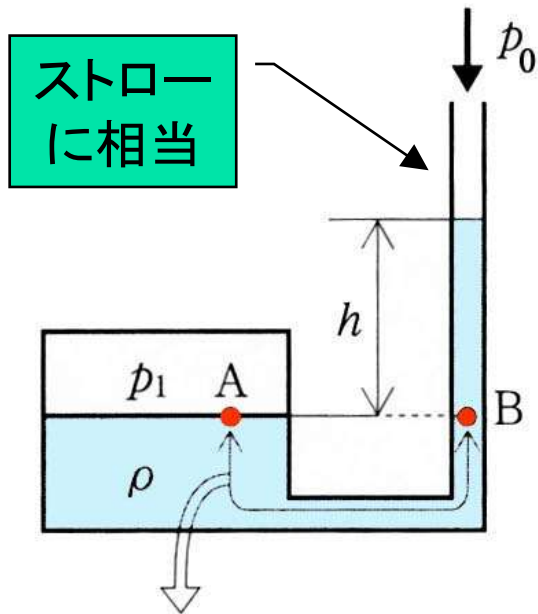
2.2 圧力の測定 (p22)

(1) 液柱計(マンメータ)

圧力は、液柱の密度と重力の加速度と高さの積でつり合う ($p = \rho gh$)



ストローの中の液体の高さを測れば、容器内の圧力が分かる



$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 + \rho gh \quad (\text{絶対圧}) \\ &\because p_0 : \text{大気圧} \\ p_1 &= \rho gh \quad (\text{ゲージ圧}) \end{aligned}$$

同じ流体でつながっていて、
同じ高さ A, B の圧力は等しい

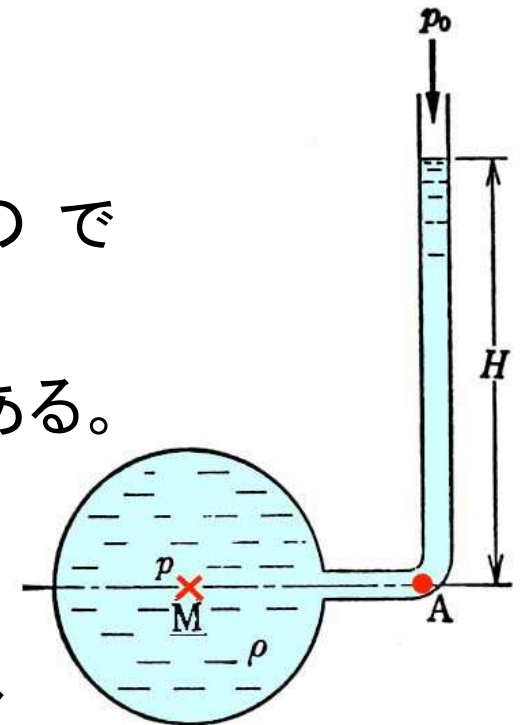
測定箇所の圧力が液柱の高さに比例するのを利用したものを
液柱計という(水銀血圧計)

(a) ピエゾメータ（低圧用）

液体の密度を ρ とすると、M点とA点にはたらく圧力は等しい（パスカルの原理）ので

$$p = p_0 + \rho g H \quad (2.9)$$

ここで、 p_0 は大気圧で、 H は液柱の高さである。



p をゲージ圧で表すと大気圧 $p_0 = 0$ となり、

$$p = \rho g H$$

(b) U字管マンノメータ (高圧 用)

A点とB点にはたらく圧力が等しいので

$$A点: p_A = p + \rho g H$$

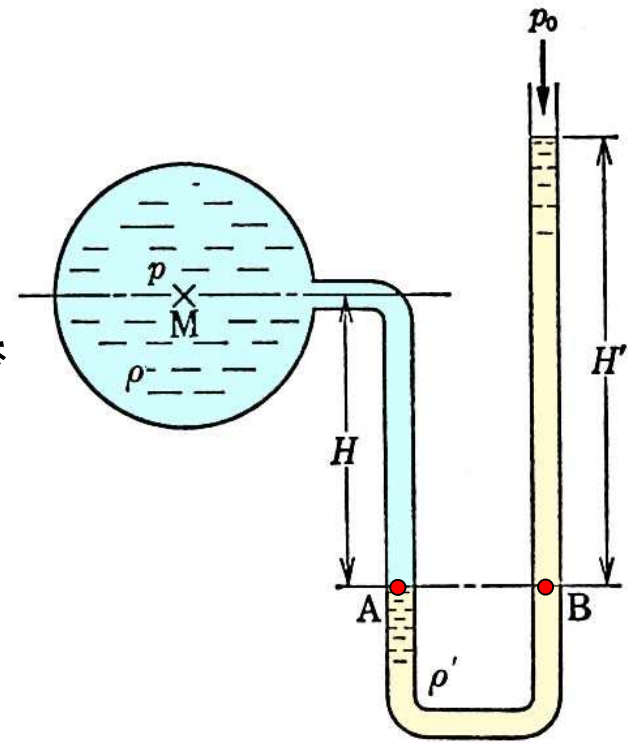
$$B点: p_B = p_0 + \rho' g H'$$

$$p + \rho g H = p_0 + \rho' g H'$$

$$\therefore p = p_0 + \rho' g H' - \rho g H \quad (2.10)$$

p をゲージ圧で表すと $p_0 = 0$ (大気圧) となり、

$$p = \rho' g H' - \rho g H$$



[例題 2 (p23)] 図のようなU字管マンメータに、水銀を用いて管内の水圧を測定したところ $H = 100\text{ cm}$, $H' = 200\text{ cm}$ を示した。この管内の中心M 点のゲージ圧はいくらか。また、標準大気圧の場合、絶対圧はいくらか。

[解] $p = \rho' g H' - \rho g H$ に $H = 1\text{ m}$, $H' = 2\text{ m}$,

水の密度: $\rho = 10^3\text{ kg/m}^3$,

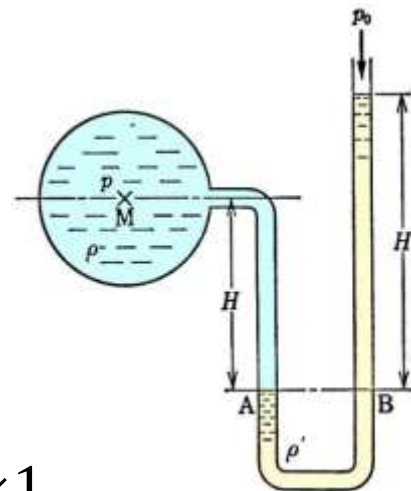
水銀の密度: $\rho' = 13.6 \times 10^3\text{ kg/m}^3$ 代入すれば

$$\begin{aligned} p &= \rho' g H' - \rho g H = 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \times 2 - 10^3 \times 9.8 \times 1 \\ &= 257 \times 10^3 [\text{Pa}] = 257 [\text{kPa}] (\text{ゲージ圧}) \end{aligned}$$

絶対圧 = 大気圧 + ゲージ圧

大気圧: $P_0 = 101.3\text{ kPa}$, ゲージ圧: $p = 257\text{ kPa}$

$$\therefore p = 101.3 + 257 = 358.3 [\text{kPa}] (\text{絶対圧})$$



(b) 示差マノメータ(圧力計)

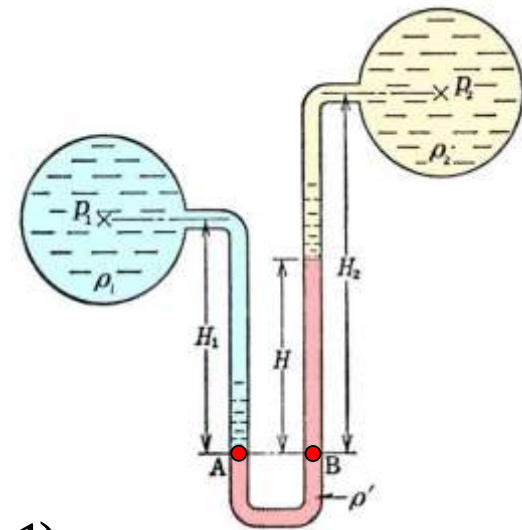
水平面 A点とB点にはたらく圧力は等しいので

$$A点: p_A = p_1 + \rho_1 g H_1$$

$$B点: p_B = p_2 + \rho_2 g (H_2 - H) + \rho' g H$$

$$p_1 + \rho_1 g H_1 = p_2 + \rho_2 g (H_2 - H) + \rho' g H$$

$$\therefore p_1 - p_2 = \rho_2 g (H_2 - H) + \rho' g H - \rho_1 g H_1 \quad (2.11)$$



U字管型

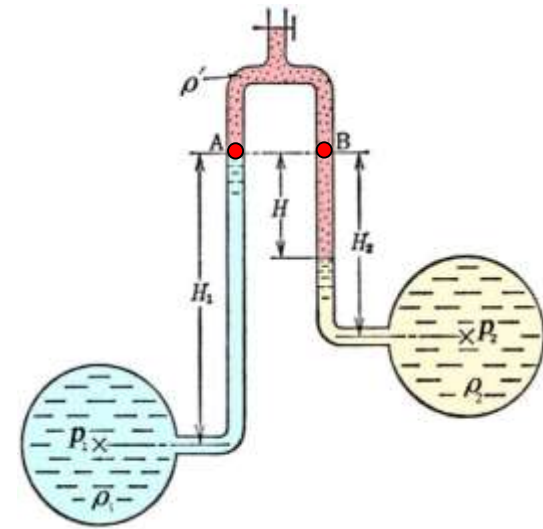
水平面 A点とB点にはたらく圧力は等しいので

$$A点: p_A = p_1 - \rho_1 g H_1$$

$$B点: p_B = p_2 - \rho_2 g (H_2 - H) - \rho' g H$$

$$p_1 - \rho_1 g H_1 = p_2 - \rho_2 g (H_2 - H) - \rho' g H$$

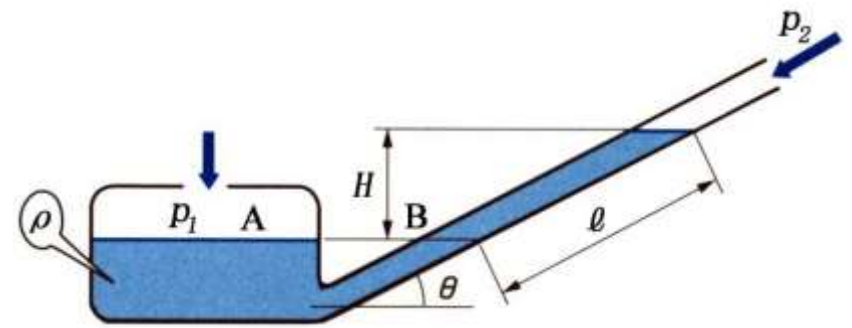
$$\therefore p_1 - p_2 = \rho_1 g H - \rho_2 g (H_2 - H) - \rho' g H \quad (2.14) \quad \text{逆U字管型}$$



(c) 傾斜微圧計

液柱管を傾斜させることによって
指示を拡大させることができる

高さ: H の代わりに拡大指示: ℓ を測定する



水平面 A点と B点にはたらく圧力は等しいので

$$p_1 = p_2 + \rho g H = p_2 + \rho g \cdot \ell \sin \theta \quad \because \sin \theta = H / \ell$$

$$\therefore p_1 - p_2 = \rho g \cdot \ell \sin \theta \quad (2.19)$$

(1) ブルドン管圧力計

工業用として溶接のボンベなど各種の高圧容器に用いられている。

測定範囲: 真空～約 200MPa の高圧まで

