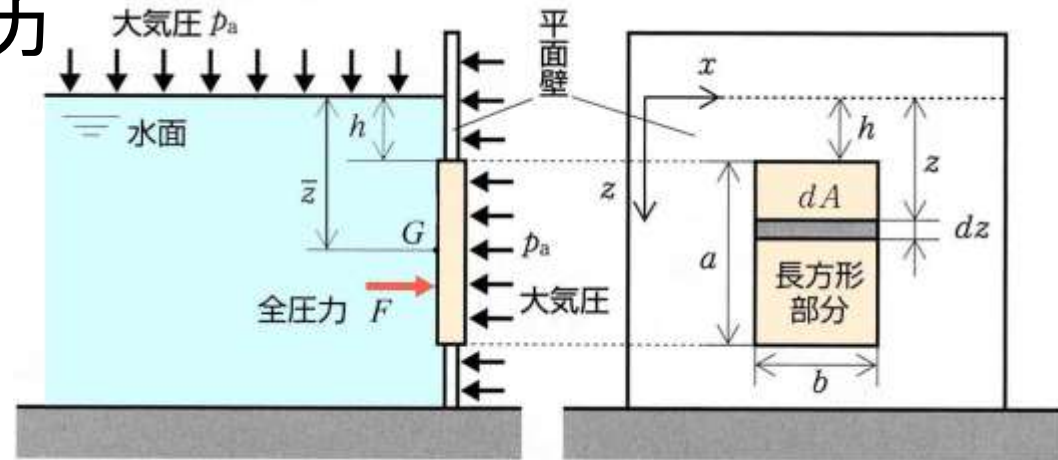


2.3 壁面に及ぼす液体の力 (p29)

(1) 壁面に作用する全圧力

深さ z における微小面積
 $dA (dA = b dz)$ におよぼす
 全圧力 dF は

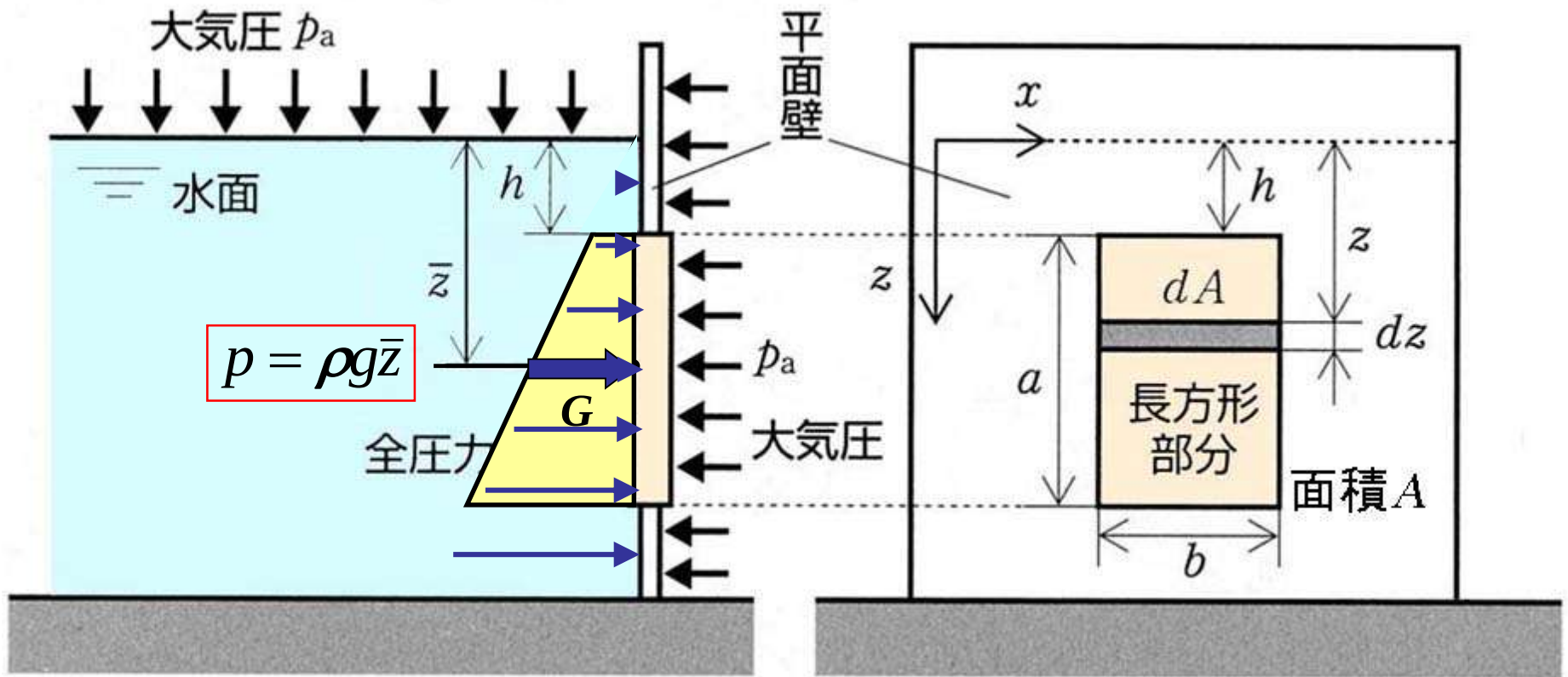
$$dF = \rho g z \cdot dA = \rho g z \cdot b dz$$



$$\text{全圧力 : } F = \int dF = \int_h^{h+a} \rho g z b dz = \rho g b \int_h^{h+a} z dz = \rho g b \left[\frac{z^2}{2} \right]_h^{h+a}$$

$$= \rho g b \left(ah + \frac{a^2}{2} \right) = \rho g a b \left(h + \frac{a}{2} \right) = \rho g \bar{z} A \quad (2.21)$$

ここで、 $A = ab$ は長方形部分の面積であり、 $\bar{z} = h + \frac{a}{2}$ は長方形部分の重心の深さである。全圧力は重心における圧力 $\rho g \bar{z}$ と A の部分の面積 ab との積で与えられる



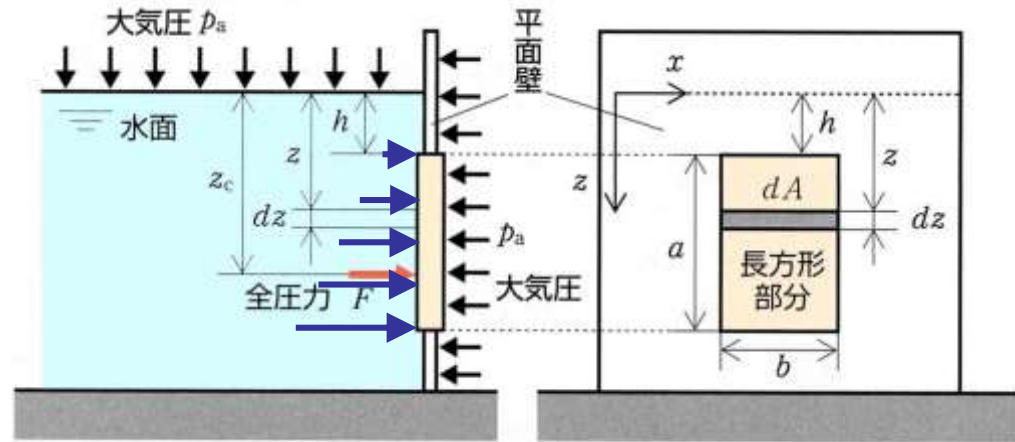
全圧力は重心における圧力 $\rho g \bar{z}$ と A の部分の面積 ab との積で与えられる ($F = \rho g \bar{z} A$)

(2) 圧力の中心(全圧力の着力点)

x 軸まわりのモーメント は

$$F \cdot z_c = \int z dF \quad \because dF = \rho g z dA$$

$$z_c = \frac{\int z dF}{F} = \frac{\rho d \int z^2 dA}{\rho g \bar{z} A}$$



$\int z^2 dA$ は x 軸まわりの断面二次モーメントといい、
 重心を通り、 x 軸に平行な軸まわりの断面二次モーメント
 を I_G とすれば

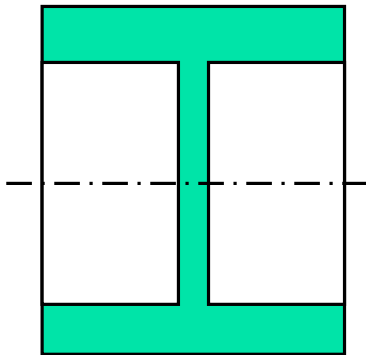
$$\int z^2 dA = \bar{z}^2 A + I_G$$

$$\therefore z_c = \frac{\rho g (\bar{z}^2 A + I_G)}{\rho g \bar{z} A} = \bar{z} + \frac{I_G}{A \bar{z}} \quad (2.23)$$

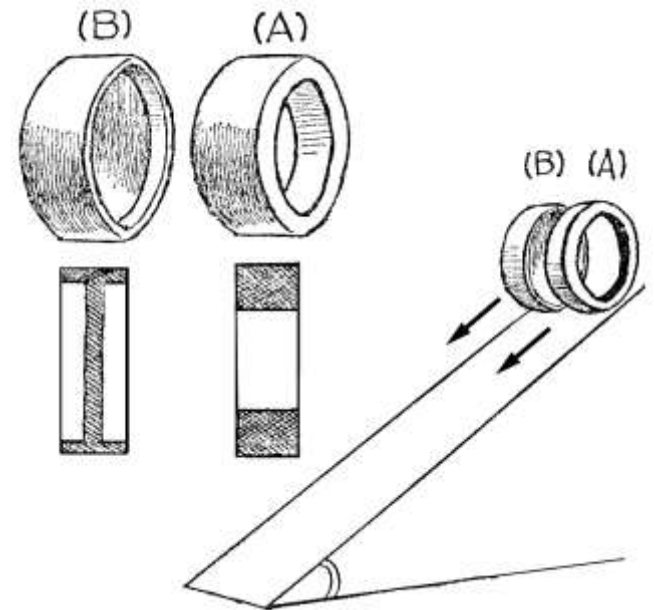
圧力の中心は $\frac{I_G}{A \bar{z}}$ だけ重心より深い位置にある

* 断面二次モーメント 、 慣性モーメント

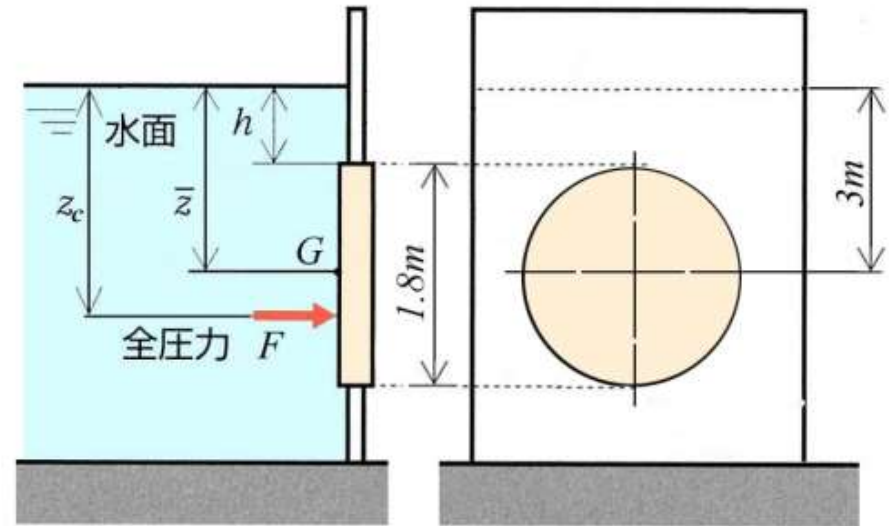
物体の回転のしにくさ を表す量 I : 回転中心からの距離の 2乗×面積 (質量) で表す。 回転運動の変化 (回り始める、止まる) のしにくさを表すもので、たとえば、回しにくいが一度回り 始めるとなかなか止ま らないコマは、慣性モーメントが大きいという。



中立軸から一番離れた所に大きな面積をもつと有利

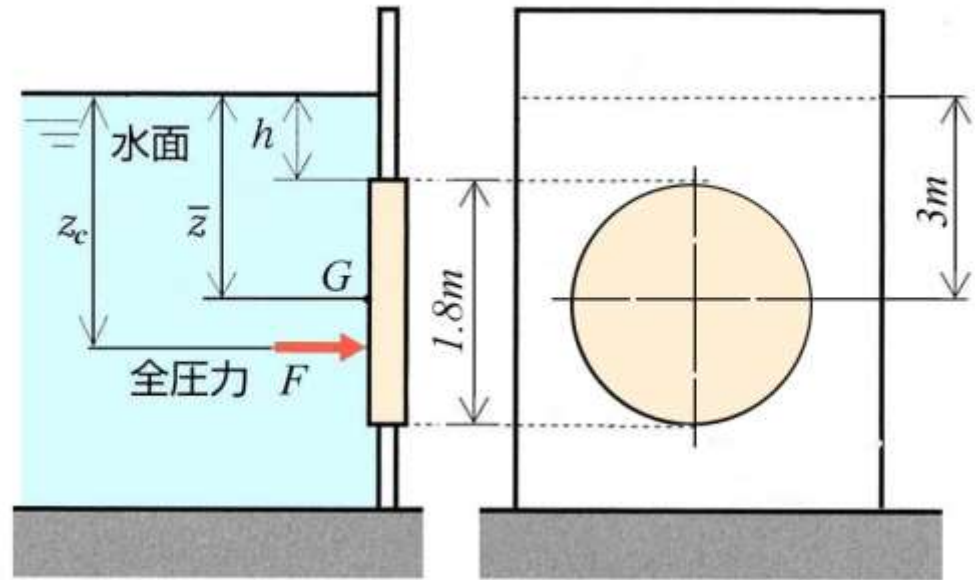


[例題 3 (p30)] 直径が 1.8 m の円形の垂直な仕切水門がある。もしこの水門の中心が水面下 3 m の深さにあれば、水門に及ぼす全圧力はいくらか。また圧力の中心を求めよ。



[解] 全圧力: $F = \rho g \bar{z} A$ に $\rho = 10^3\text{ kg/m}^3$, $\bar{z} = 3\text{ m}$, $A = \pi d^2 / 4 = \pi \times 1.8^2 / 4$ を代入すれば

$$\therefore F = 10^3 \times 9.8 \times 3 \times \frac{\pi}{4} \times 1.8^2 = 74.8 \times 10^3 [\text{N}] = 74.8 [\text{kN}]$$



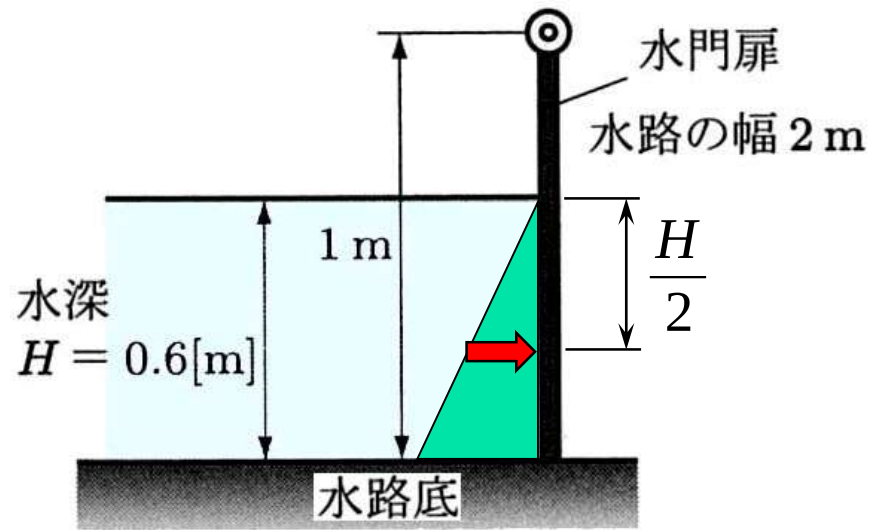
圧力中心: $z_c = \bar{z} + \frac{I_G}{A\bar{z}}$ に $\bar{z} = 3\text{ m}$, $A = \pi \times 1.8^2 / 4$, $I_G = \pi d^4 / 64$
 $= \pi \times 1.8^4 / 64$ (p31表2・1) を代入すれば

$$\therefore z_c = 3 + \frac{\frac{\pi}{64} \times 1.8^4}{\frac{\pi}{4} \times 1.8^2 \times 3} = 3 + \frac{4 \times 1.8^2}{64 \times 3} = 3 + 0.068 = 3.068[\text{m}]$$

圧力中心は水面下 3.068 m の位置にある。

〔練習問題 6〕

図に示すように、高さが 1m で幅が 2m の水門扉が水路に設けられている。水深が 0.6m であるとして、この水平扉に働く全圧力と圧力の中心を求めよ。

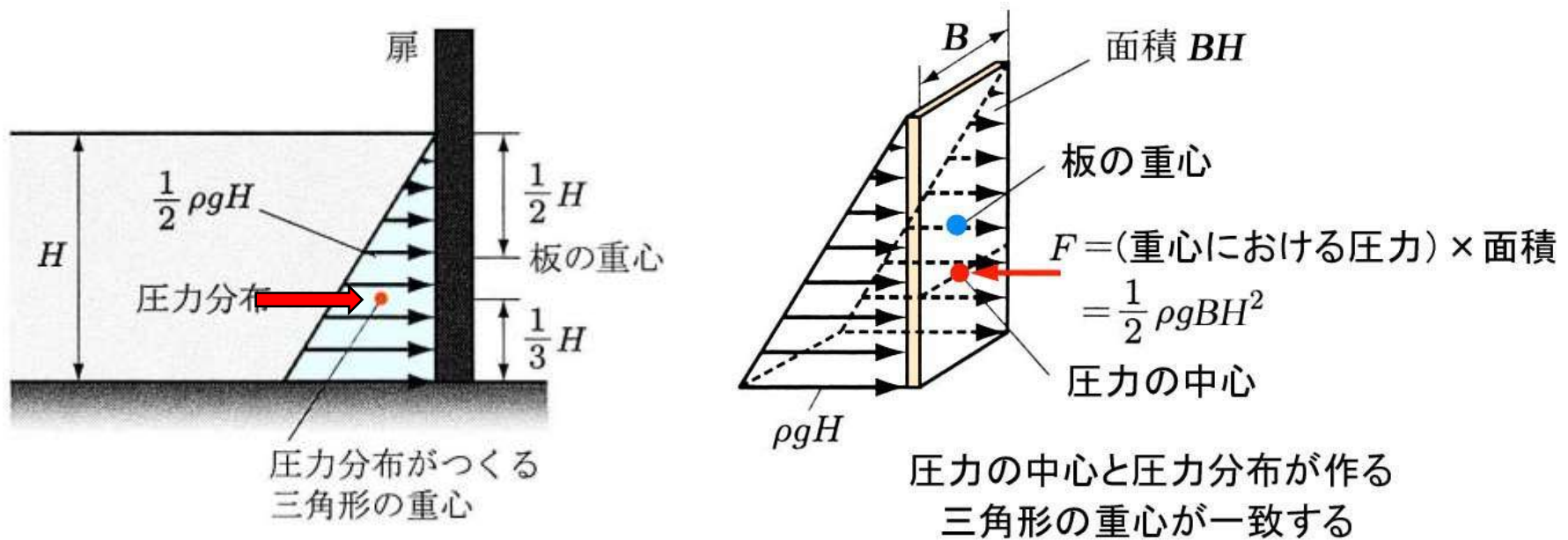


〔解〕 水が接している扉の面は、幅が B で、深さが H の長方形である。重心は長方形の中心であるので、水面から深さの $1/2$ のところに重心がある。重心における圧力は

$p = \rho g H / 2$ であるので、全圧力 F は

$$F = pA = \rho g \frac{H}{2} \cdot BH = \frac{1}{2} \rho g BH^2$$

$$\therefore F = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 9.8 \times 2 \times 0.6^2 = 3.53 \times 10^3 [\text{N}] = 3.53 [\text{kN}]$$



次に圧力分布を考えれば、図に示すように、直線分布であるから、この圧力分布の図形は直角三角形である。直角三角形の重心は、底辺から高さの $1/3$ のところにある。したがって、この場合には水面から $2/3$ の深さになる。

$$\therefore z_c = \frac{2}{3} H = \frac{2}{3} \times 0.6 = 0.4 [m]$$

2.4 浮力(p34)

(1) アルキメデスの原理

水面から H の深さにある高さ h の直方体を考え、上下面に作用する圧力は

- ・ 上面の圧力 : $p_1 = \rho g H$
- ・ 下面の圧力 : $p_2 = \rho g (H + h)$

直方体の底面積を A とし、上下面に作用する力は

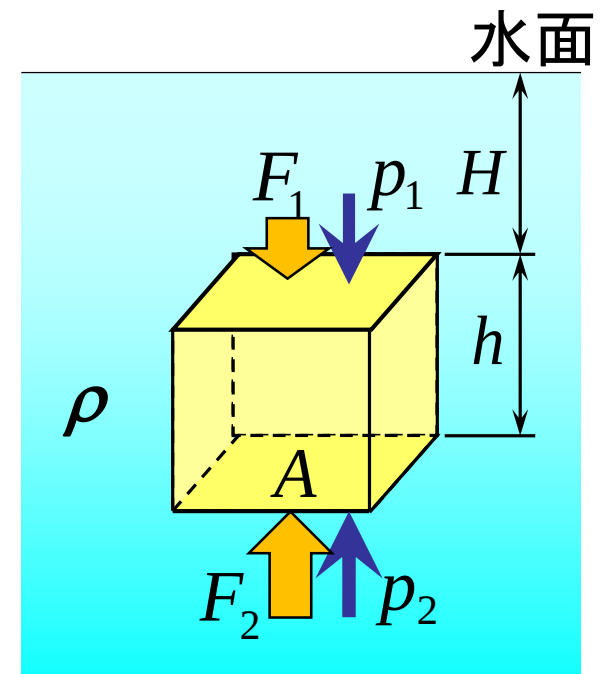
- ・ 上面の力 : $F_1 = p_1 A = \rho g H A$
- ・ 下面の力 : $F_2 = p_2 A = \rho g (H + h) A$

上下による力の差を F とすれば

$$F = F_2 - F_1 = \rho g (H + h) A - \rho g H A = \rho g h A$$

ここで、 hA (高さ×底面積) は直方体の体積 V に等しいので

$$\text{浮力} : F = \rho g V \quad (2.28)$$



よって、物体が排除した水の重量が浮力としてその物体に作用する。
これをアルキメデスの原理という。

〔練習問題 7〕

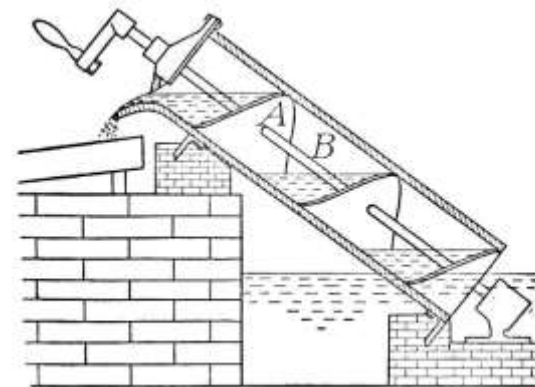
図に示すように、容積 V の直方体で重量 W の物体を水中に沈め、それを秤で測定した。秤で測定される水中における物体の重さはいくらか。

〔解〕 秤で測定される重さを f とすれば、重さ W が下方に働き、浮力 $F = \rho g V$ が上方に働くので、

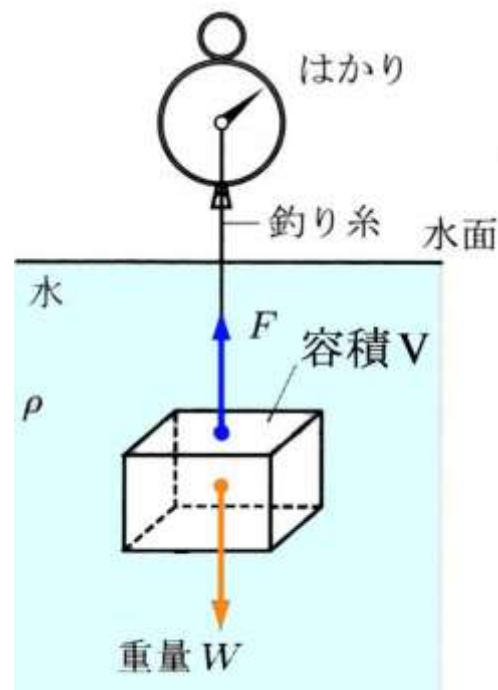
$$f = W - F$$

$$\therefore f = W - \rho g V$$

上式は、水中での重さが浮力分だけ軽くなることを表している。

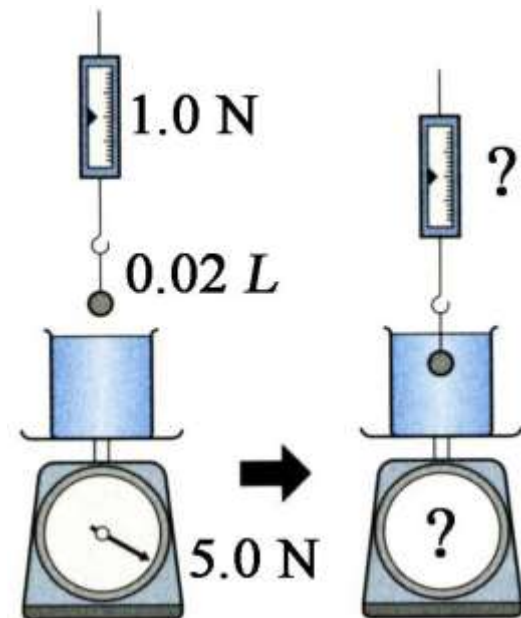


アルキメデス
(Archimedes, BC 287~212)



〔練習問題 8〕

図のように、水を入れた容器を台秤で計測すると重さが 5.0 N であった。次に 1.0 N で体積が 0.02 L のおもりを容器に入れた場合、上のばね秤と下の台秤の値を求めよ。



〔解〕 おもりの体積分 V だけの水の重量を浮力 に受けるため

$$V = 0.02\text{ L} = 0.02 \times 10^{-3}\text{ m}^3, w = 1.0\text{ N}$$

$$\text{浮力: } F = \rho g V = 10^3 \times 9.8 \times 0.02 \times 10^{-3} = 0.196\text{ N}$$

$$\text{ばね秤: } f = w - F = 1.0 - 0.196 = 0.804[\text{N}]$$

水を入れた容器の重量 W におもりの体積分の水 の重量が加わるため

$$\text{台秤: } W + \rho g V = 5.0 + 0.196 = 5.196[\text{N}]$$