〔例題 2〕(p56)

図のような管内を流量 $Q = 50\,L/s$ の水流れている。断面 ①および②の内径をそれぞれ $d_1 = 10\,cm$, $d_2 = 15\,cm$ とし、断面①から②まで の距離を $\ell = 4\,m$ 、管の傾斜角を $\theta = 30°$ 、断面①のマノメータの指示高さ を$H_1 = 1\,m$とすると、断面②の読み H_2 はいくらになるか。

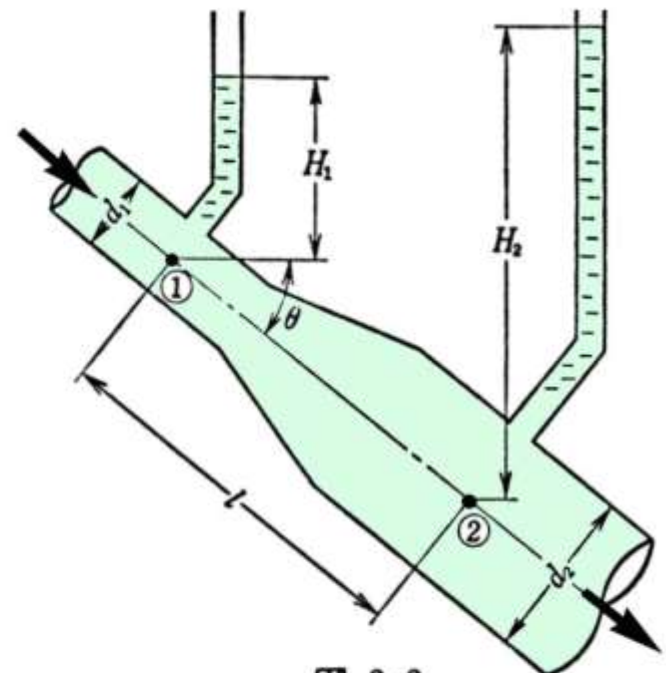


図 3・8

〔解〕　連続の式から　$Q = A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2 = \frac{\pi}{4} \times 0.10^2 = 0.00785 m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2 = \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 = 0.0177 m^2$$

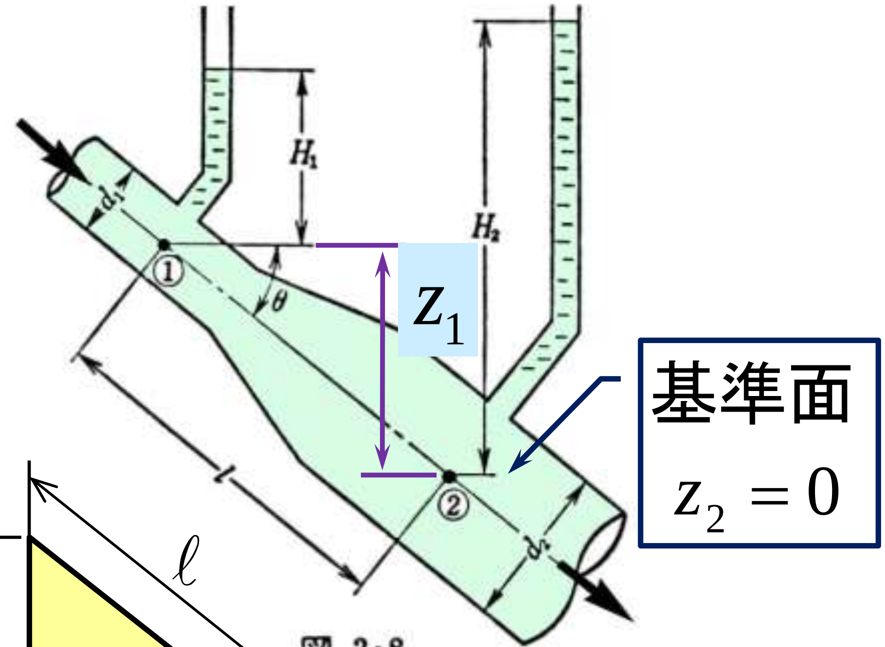
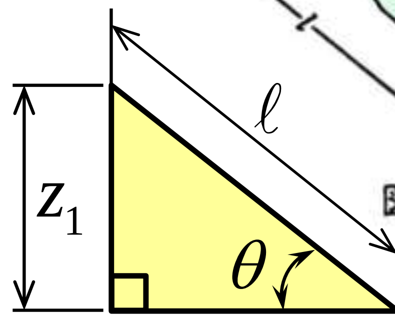


図 3·8

$$Q = 50L/s = 50 \times 10^{-3} m^3/s$$

$$\upsilon_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{50 \times 10^{-3}}{0.00785} = 6.37 [m/s]$$

$$\upsilon_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{50 \times 10^{-3}}{0.0177} = 2.82 [m/s]$$



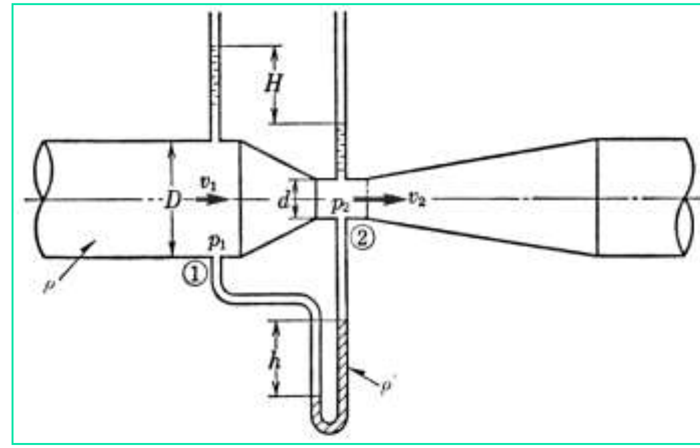
ベルヌーイの定理から　$\dfrac{p_1}{\rho g} + \dfrac{\upsilon_1^2}{2g} + z_1 = \dfrac{p_2}{\rho g} + \dfrac{\upsilon_2^2}{2g} + z_2$

$$z_2 = 0\,,\ \frac{p_1}{\rho g} = H_1 = 1\,,\ \frac{p_2}{\rho g} = H_2\,,\ \sin\theta = \frac{z_1}{\ell} \rightarrow z_1 = 4 \times \sin 30^\circ = 2$$

$$H_2 = H_1 + \frac{1}{2g}(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2) + z_1 = 1 + \frac{1}{2 \times 9.8}(6.37^2 - 2.82^2) + 2 = 4.66 [m]$$

3.5 ベルヌーイの定理の応用（p57）

(1) ベンチュリ管



$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g} \quad (\because\ z_1=z_2\ \text{水平})$$

$$\therefore \frac{p_1-p_2}{\rho}=\frac{1}{2}(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2)$$

速度 → 圧力

連続の式 $Q=A_1\upsilon_1=A_2\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_1=(A_2/A_1)\cdot\upsilon_2$

$$\therefore \frac{p_1-p_2}{\rho}=\frac{1}{2}\left\{\upsilon_2^2-\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\upsilon_2^2\right\}=\frac{\upsilon_2^2}{2}\left\{1-\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right\}$$

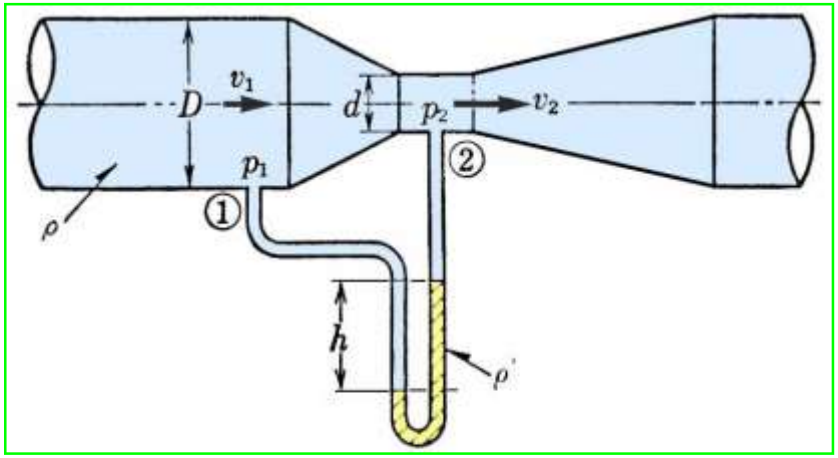
$$\upsilon_2=\frac{1}{\sqrt{1-(A_2/A_1)^2}}\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}} \qquad (3.19)$$

$$Q=cA_2\upsilon_2=c\frac{A_2}{\sqrt{1-(A_2/A_1)^2}}\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}} \qquad (3.20)'$$

c：流出係数

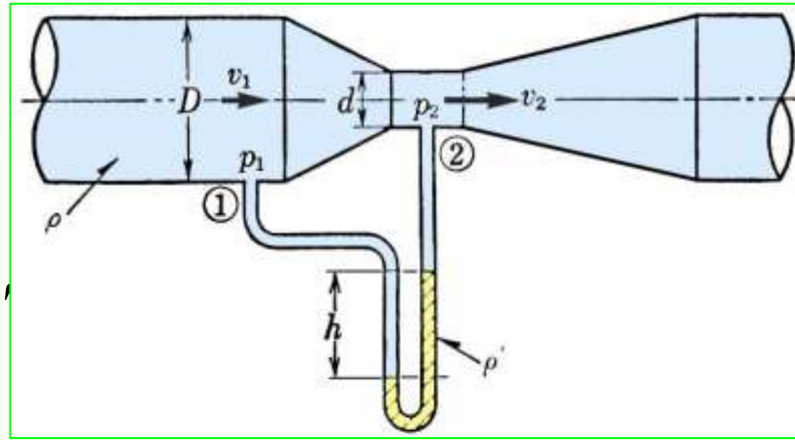
［例題 3］(p59)

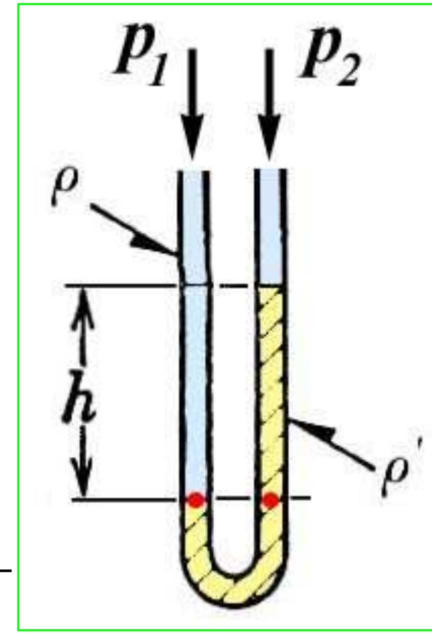
　ベンチュリ管の入口とのど部の内径がそれぞれ300mm, 100mm であり、入口とのど部の静圧の差が水銀柱で 250mm であるとき、管内を流れる水の流量はいくらか。ただし、ベンチュリ管の流出係数を0.990 とする。



［解］

$$Q = c\frac{A_2}{\sqrt{1-(A_2/A_1)^2}}\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}} \qquad (3.20)'$$





$$p_1 + \rho gh = p_2 + \rho' gh \rightarrow p_1 - p_2 = gh(\rho' - \rho)$$

$$= 9.8 \times 0.25 \times (13.6 \times 10^3 - 10^3) = 30.9 \times 10^3 \ Pa$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \times 0.3^2 = 0.0707\, m^2,$$

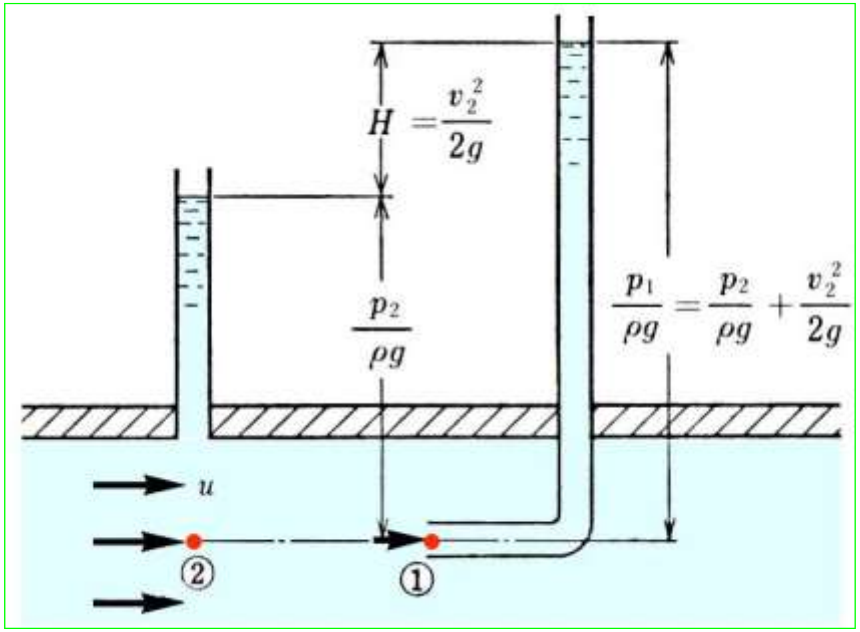
$$A_2 = \frac{\pi}{4} \times 0.1^2 = 0.00785 m^2, c = 0.990$$

$$Q = 0.990 \times \frac{0.00785}{\sqrt{1-(0.00785/0.0707)^2}} \times \sqrt{\frac{2 \times 30.9 \times 10^3}{10^3}}$$

$$= 0.0615[m^3/s] = 61.5[L/s]$$

(2) ピトー管 (p59)

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g} \quad \because z_1=z_2$$



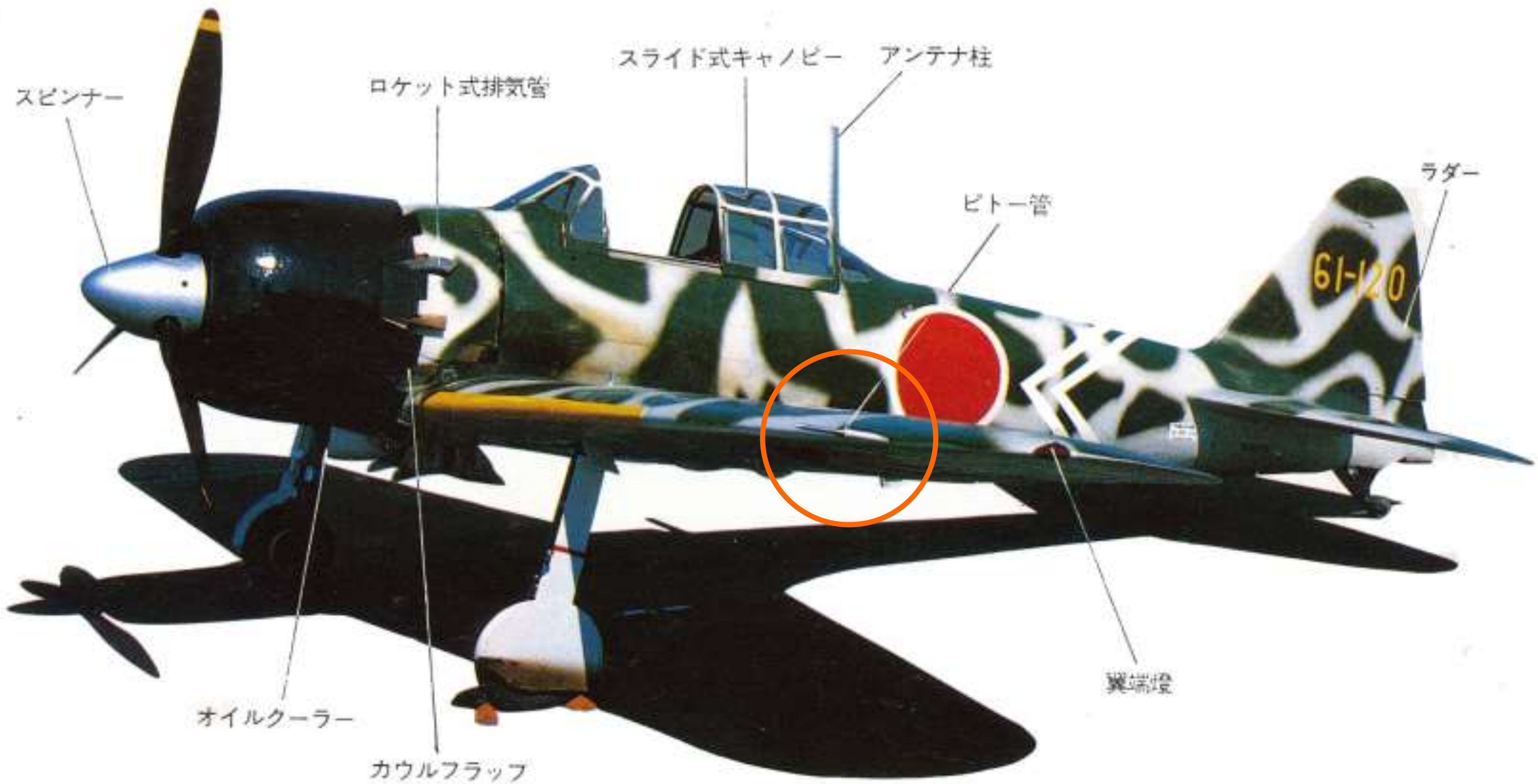
点①において流れはせき止められ、この点をよどみ点といい、速度は $\upsilon_1=0$, また $\upsilon_2=u$ となる

$$p_1=p_2+\frac{\rho}{2}u^2 \rightarrow u=\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}} \qquad (3.22)$$

全圧 静圧 動圧

実際のピトー管では、その形状や流体の粘性による損失のため

$$u=k\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}} \qquad (3.22)' \quad k:\text{速度係数}$$


スピンナー
ロケット式排気管
スライド式キャノピー
アンテナ柱
ラダー
ピトー管
61-120
オイルクーラー
カウルフラップ
翼端燈

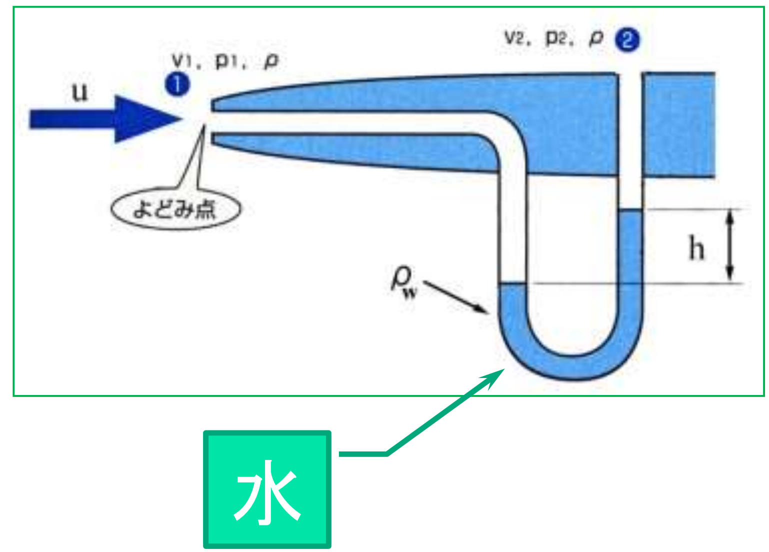

564
564


HB
AF
67
484


elf
MUTUA

〔例題 4〕(p60)

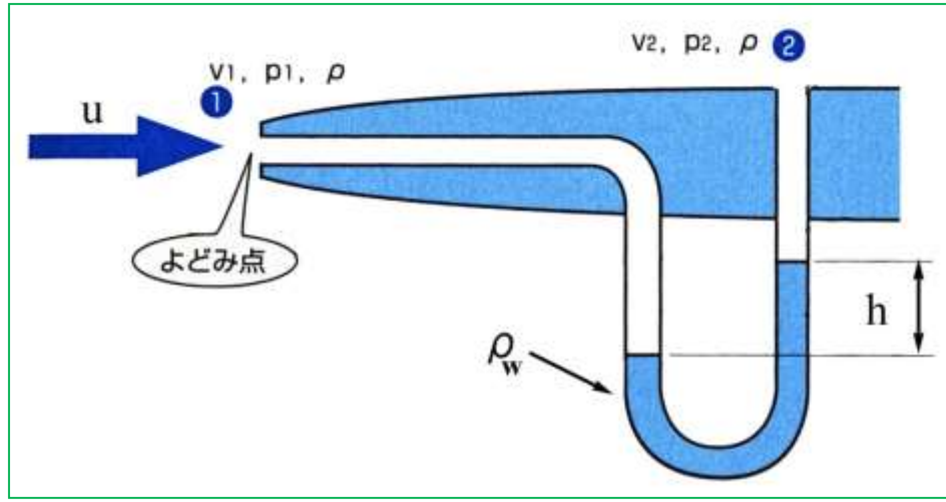
　速度係数 $k = 0.98$ のピトー管を用いて風速を測定したら、指示ヘッドが $1.40\ mmAq$ の圧力差を生じた。このときの風速を求めよ。ただし、空気の密度は $1.20\ kg/m^3$ とする。



$Aq \rightarrow$ 水 $(Aqua)$: 水柱式マノメータ
$Hg \rightarrow$ 水銀 : 水銀式マノメータ

［解］

$$u = k\sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \qquad (3.22)'$$



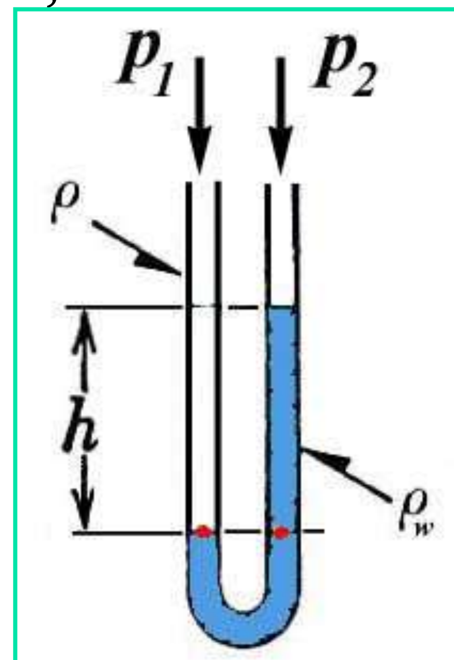
水の密度 $\rho_w = 10^3 kg/m^3$,空気の密度 $\rho = 1.2kg/m^3$,

$h = 1.4\ mm = 1.4\times10^{-3} m,\ k = 0.98$

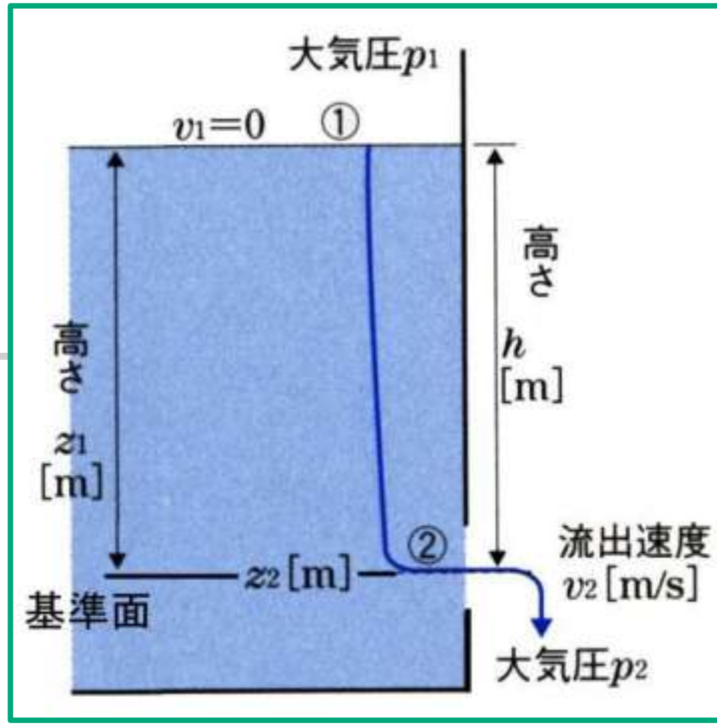
$p_1 + \rho gh = p_2 + \rho_w gh \rightarrow p_1 - p_2 = gh(\rho_w - \rho)$

$= 9.8\times1.4\times10^{-3}\times(10^3 - 1.2) = 13.7\ Pa$

$$u = 0.98\times\sqrt{\frac{2\times13.7}{1.2}} = 4.68[m/s]$$



(3) トリチェリーの定理



$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g}+z_2$$

水面の高さは一定とし、基準面を点②とすれば、$z_2=0$となる。

点①においては$\upsilon_1=0\,,z_1=h$となり、$p_1=p_2=0$（大気圧）となる。

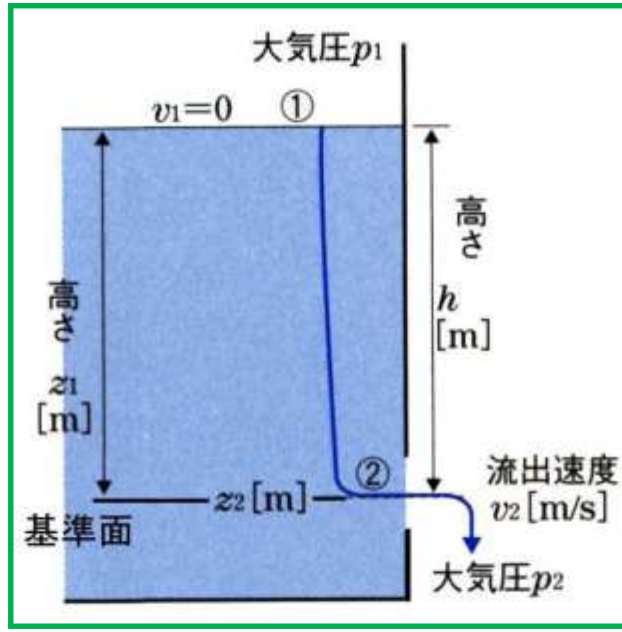
$$h=\frac{\upsilon_2^2}{2g}\rightarrow \upsilon_2=\sqrt{2gh}$$

位置 → 速度

上式を<u>トリチェリの定理</u>という。

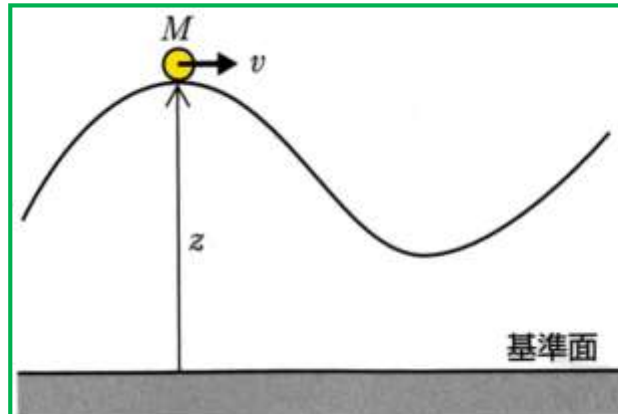
トリチェリの定理

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gh}$$



自由落下の式

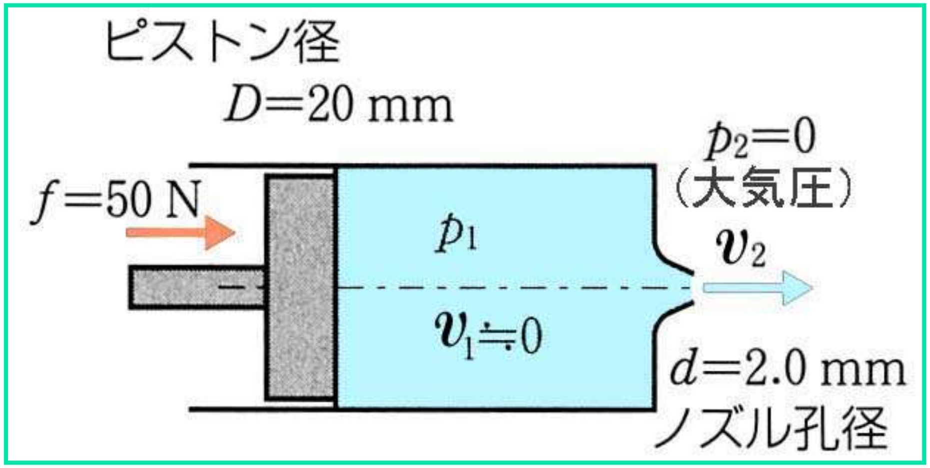
$$\begin{cases} \upsilon = g\,t \\ h = \dfrac{1}{2} g\,t^2 \\ \upsilon^2 = 2gh \rightarrow \upsilon = \sqrt{2gh} \end{cases}$$



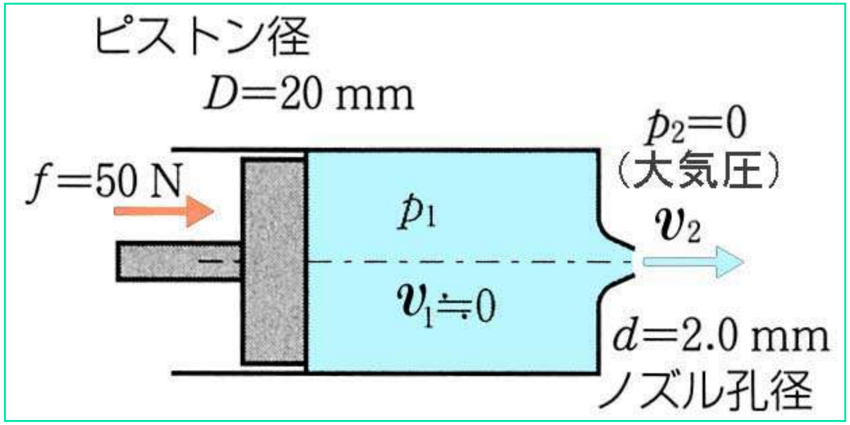
トリチェリの定理(液体)=自由落下の式(固体)

〔練習問題 4〕

　注射器のピストンを $f = 50\,N$ の力で押し込み、先端のノズル孔から水を噴出する。シリンダー径 $D = 20\,mm$, ノズル孔径 $d = 2.0\,mm$ とし、噴出する水の速度 υ_2 を求めよ。ただし、水の密度を$10^3 kg/m^3$ とする。



〔解〕



注射器内の圧力は

$$A = \pi \times 0.02^2 / 4 = 3.14\times10^{-4}\ m^2$$

$$p_1 = f / A = 50 / 3.14\times10^{-4} = 0.159\times10^6\ Pa$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} + z_2$$

$\upsilon_1 = 0,\ p_2 = 0$（大気圧）$, z_1 = z_2$（水平）を代入すると

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{\upsilon_2^2}{2g} \rightarrow \upsilon_2^2 = \frac{2p_1}{\rho}$$

圧力 → 速度

$$\therefore \upsilon_2 = \sqrt{2p_1/\rho} = \sqrt{2\times0.159\times10^6/10^3} = 17.8\,[m/s]$$