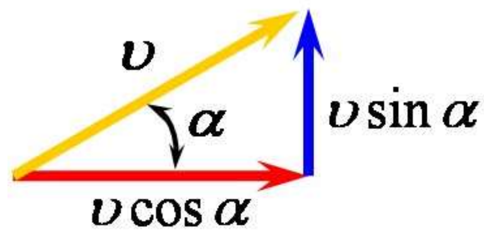
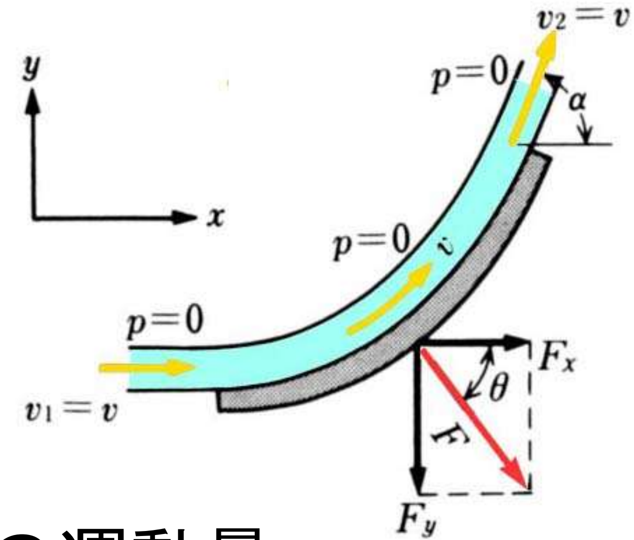
(d) 固定曲面板に沿って曲がる二次元噴流





入口での運動量

x 方向　$F_{x1} = \rho Q \upsilon$

y 方向　$F_{y1} = 0$

出口での運動量

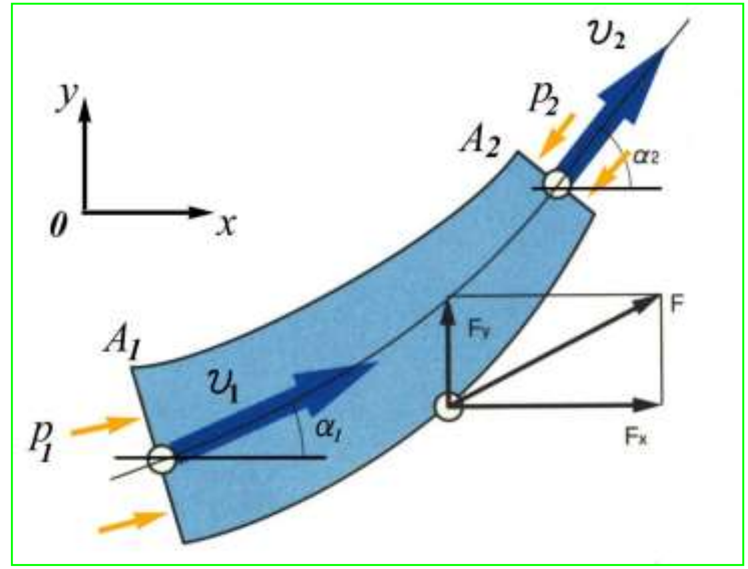
x 方向　$F_{x2} = \rho Q \upsilon \cos\alpha$

y 方向　$F_{y2} = \rho Q \upsilon \sin\alpha$

入口と出口の運動量の差

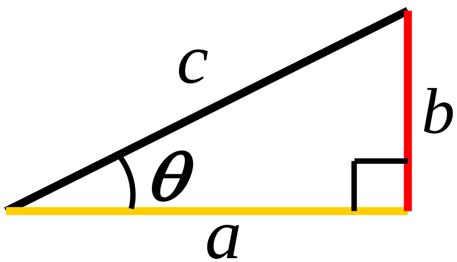
$$\left.\begin{aligned} F_x &= F_{x1} - F_{x2} = \rho Q \upsilon (1 - \cos\alpha) \quad [N] \\ F_y &= F_{y1} - F_{y2} = -\rho Q \upsilon \sin\alpha \quad [N] \end{aligned}\right\} \quad (3.52)$$

（1）曲がり管路に働く力（p73）



流体が管に及ぼす力

$$f = \rho Q(\upsilon_1 - \upsilon_2) + p_1 A_1 - p_2 A_2 \quad [N]$$



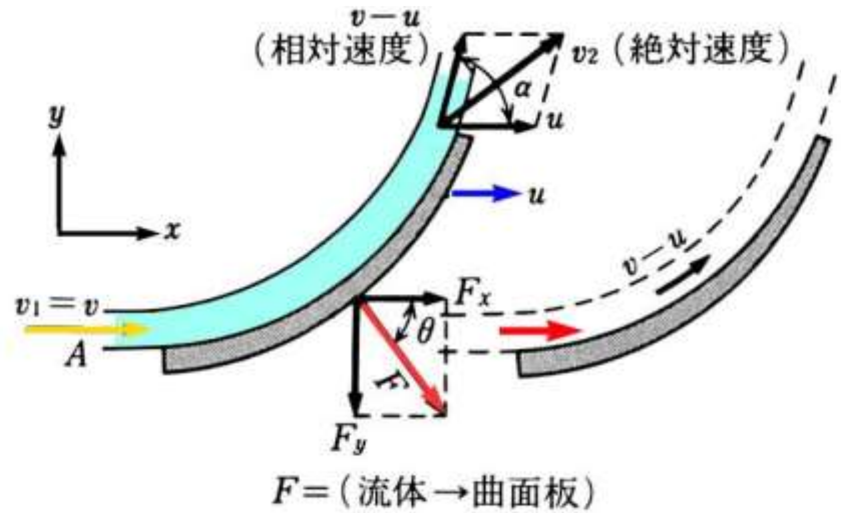
$$\sin\theta = \frac{b}{c} \rightarrow b = c\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{a}{c} \rightarrow a = c\cos\theta$$

上式から、x 方向分力F_x と y 方向分力 F_y は

$$\left.\begin{aligned} F_x &= \rho Q(\upsilon_1\cos\alpha_1 - \upsilon_2\cos\alpha_2) + A_1 p_1\cos\alpha_1 - A_2 p_2\cos\alpha_2 \\ F_y &= \rho Q(\upsilon_1\sin\alpha_1 - \upsilon_2\sin\alpha_2) + A_1 p_1\sin\alpha_1 - A_2 p_2\sin\alpha_2 \end{aligned}\right\} \quad (3.39)$$

(d) 動いている曲面板に沿って曲がる二次元噴流



曲面に衝突する噴流の速度は、噴流の速度υから平板の動く速度uを引いたものでυの代わりに$\upsilon-u$となる。

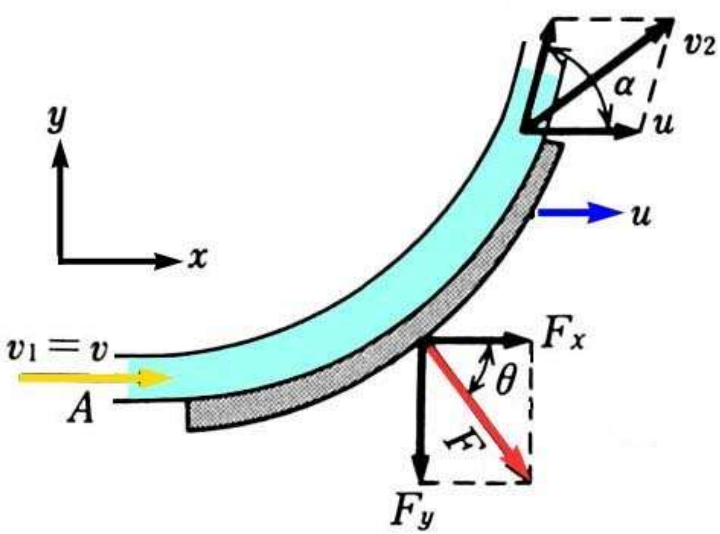
$$\left.\begin{aligned} F_x &= \rho Q\upsilon(1-\cos\alpha) \quad [N] \\ F_y &= -\rho Q\upsilon\sin\alpha \quad [N] \end{aligned}\right\} \quad (3.52)$$

上式の固定曲面板の場合に

$\upsilon \to (\upsilon-u), Q \to A(\upsilon-u)$を代入すると

$$\left.\begin{aligned} F_x &= \rho A(\upsilon-u)^2(1-\cos\alpha) \quad [N] \\ F_y &= -\rho A(\upsilon-u)^2\sin\alpha \quad [N] \end{aligned}\right\} \quad (3.54)$$

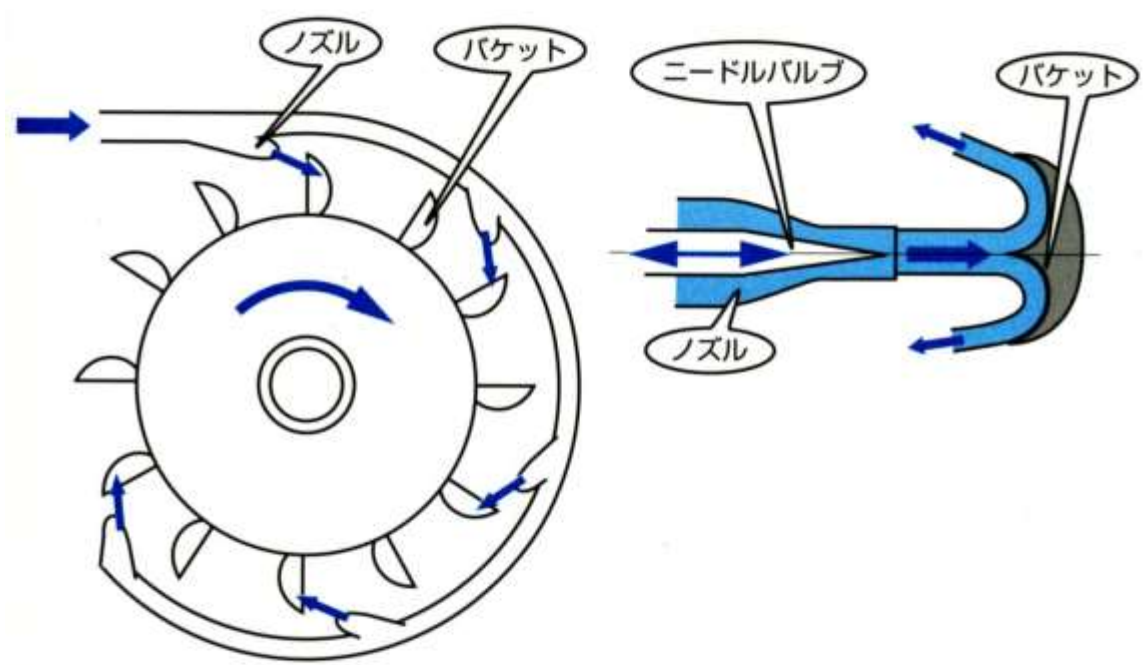
固定曲面板に沿って曲がる二次元噴流のまとめ



固定 $(u=0)$
$$F_x = \rho Q \upsilon (1-\cos\alpha)$$ $$= \rho A \upsilon^2 (1-\cos\alpha)$$ $$F_y = -\rho Q \upsilon \sin\alpha$$ $$= -\rho A \upsilon^2 \sin\alpha$$
速度 u で動くとき
$$F_x = \rho A(\upsilon - u)^2 (1-\cos\alpha)$$ $$F_y = -\rho A(\upsilon - u)^2 \sin\alpha$$

〔例題 9〕(p80)

噴流が $12\,m/s$ の速度で、同じ方向に $9\,m/s$ の速度で動いている一枚の湾曲羽 根に当たるとき、この 湾曲羽根に作用する力の x および y 方向成分を求めよ、た だし、噴流の流量 $Q=113\,L/s,\ \alpha=60°$ とする。



〔例題 9〕(p80)

噴流が $12\,m/s$ の速度で、同じ方向に $9\,m/s$ の速度で動いている一枚の湾曲羽 根に当たるとき、この 湾曲羽根に作用する力の x および y 方向成分を求めよ、ただ だし、噴流の流量 $Q=113\,L/s,\ \alpha=60°$ とする。

[解]

$$\left.\begin{aligned} F_x &= \rho A(\upsilon-u)^2(1-\cos\alpha) \quad [N] \\ F_y &= -\rho A(\upsilon-u)^2\sin\alpha \quad [N] \end{aligned}\right\} \quad (3.54)$$

$$\rho=10^3\,kg/m^3,\ Q=113L/s=113\times10^{-3}\,m^3/s,$$

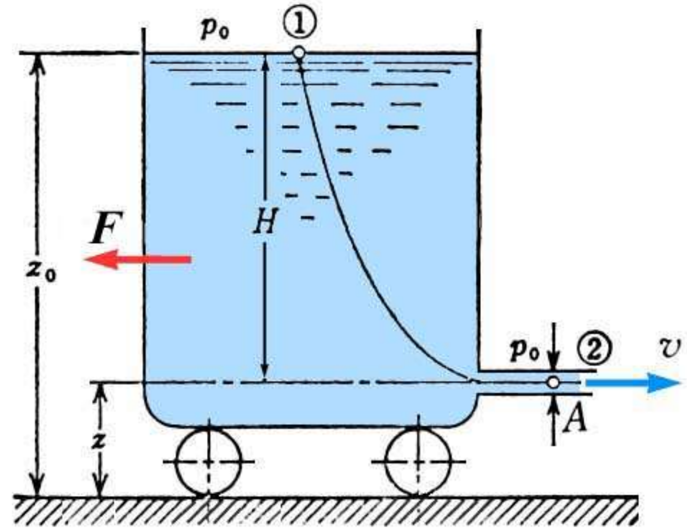
$$Q=A\upsilon \rightarrow A=Q/\upsilon=113\times10^{-3}/12=9.42\times10^{-3}\ m^2$$

$$F_x=10^3\times9.42\times10^{-3}\times(12-9)^2\times(1-\cos60°)=42.4 \quad [N]$$

$$F_y=-10^3\times9.42\times10^{-3}\times(12-9)^2\times\sin60°=-73.4 \quad [N]$$

(4) 噴流による推進

噴流は反作用を生じるので、ノズル自体が噴流の反作用で押し返される。(例　散水器、ジェットエンジン、風船)



流体が容器に及ぼす反力は

$$F = \rho Q \upsilon = \rho A \upsilon^2 \quad [N] \quad (3.55)$$

トリチェリの定理から

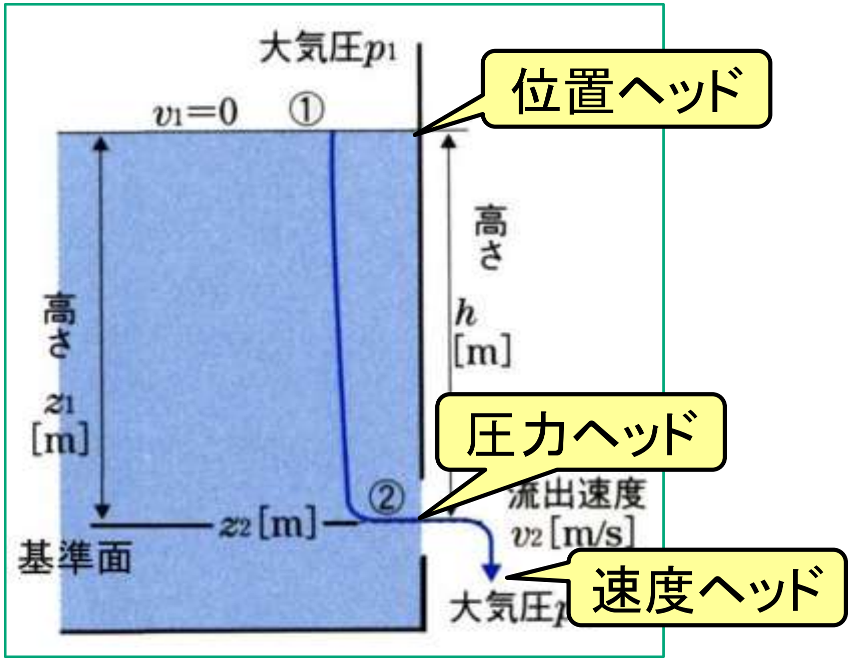
$$\upsilon = \sqrt{2gH}$$

$$F = \rho A \upsilon^2 = 2\rho gAH \quad [N] \quad (3.56)$$

(3) トリチェリーの定理

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g}+z_2$$

水面の高さは一定とし 、基準面を点②とすれば、$z_2=0$となる。点①においては $\upsilon_1=0\,,z_1=h$となり、$p_1=p_2=0$（大気圧）となる。

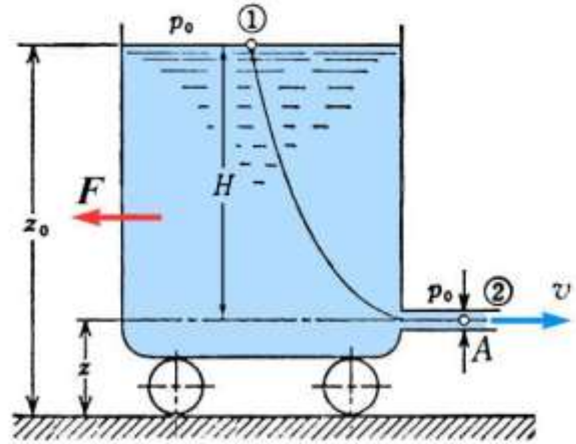


$$h=\frac{\upsilon_2^2}{2g}\;\rightarrow\;\upsilon_2=\sqrt{2gh}$$

上式をトリチェリの定理という。

〔例題 10〕(p82)

ノズルから 5 m/s の速度で、85 L/s の水が流出する場合、この水槽をその位置に静止させるために必要な力を求めよ。ただし、摩擦は無視する。



［解］ $F = \rho Q \upsilon = \rho A \upsilon^2 \quad [N] \quad (3.55)$

$$\rho = 10^3 kg/m^3, Q = 85L/s = 85 \times 10^{-3} m^3/s, \upsilon = 5m/s$$

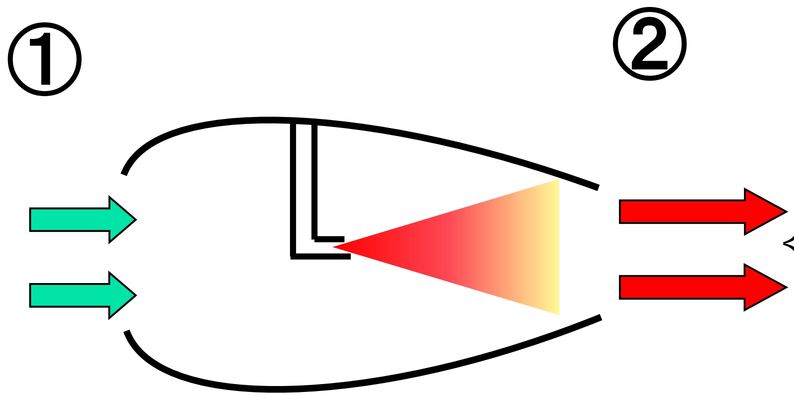
$$F = 10^3 \times 85 \times 10^{-3} \times 5 = 425 \quad [N]$$

(5) ジェットエンジンの推力

$$F = \rho Q(\upsilon_2 - \upsilon_1) \quad [N] \quad (3.38)$$

$\because \rho =$ 一定, $Q =$ 一定（水の場合）

空気密度：ρ_1
流量：Q_1
飛行速度：υ_1



燃焼ガス密度：ρ_2
燃焼ガス流量：Q_2
噴出ガス速度：υ_2

推力 $F = \rho_2 Q_2 \upsilon_2 - \rho_1 Q_1 \upsilon_1 \quad [N]$

$= Q_{m2}\upsilon_2 - Q_{m1}\upsilon_1 \quad [N] \quad \because$ 質量流量：$Q_m = \rho Q$

復習

1.連続の式

(体積)流量 $Q = \upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2 =$ 一定　$[m^3 / s]$

質量流量 $Q_m = \rho Q = \rho \upsilon_1 A_1 = \rho \upsilon_2 A_2 =$ 一定　$[kg / s]$

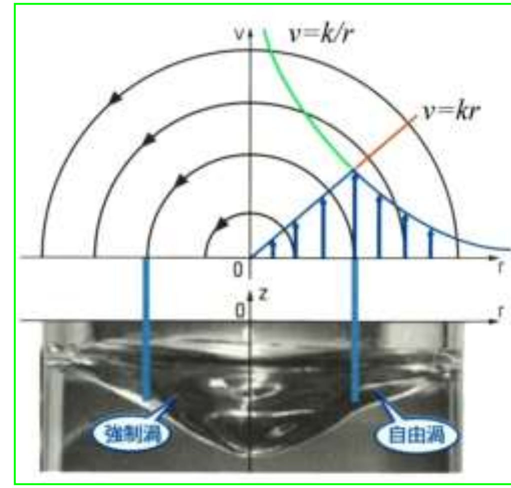
2.ベルヌーイの定理

$$H = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} + z_2 = \text{一定}\quad [m]$$

全ヘッド = 圧力ヘッド + 速度ヘッド + 位置ヘッド

3.自由渦(外側)

$$\upsilon = k / r \quad (k:\text{定数})$$

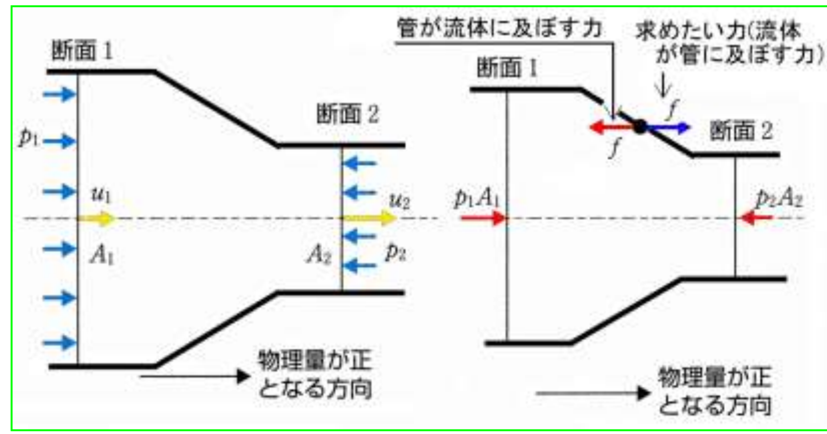


4.強制渦(内側)

$$\upsilon = k \cdot r \quad (k:\text{定数})$$

5.流体が管に及ぼす力

$$f = \rho Q(\upsilon_1 - \upsilon_2) + A_1 p_1 - A_2 p_2$$



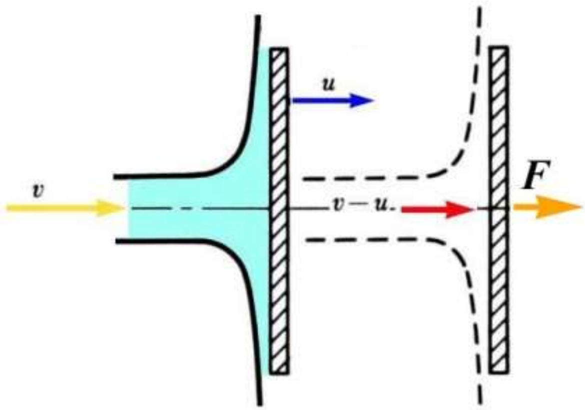
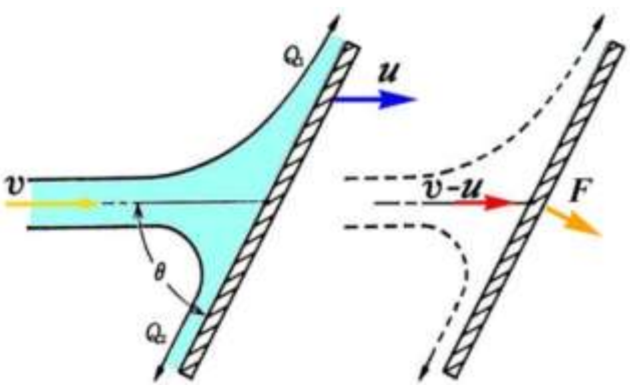
6.曲がり管路に働く力

x方向の分力とy方向の分力

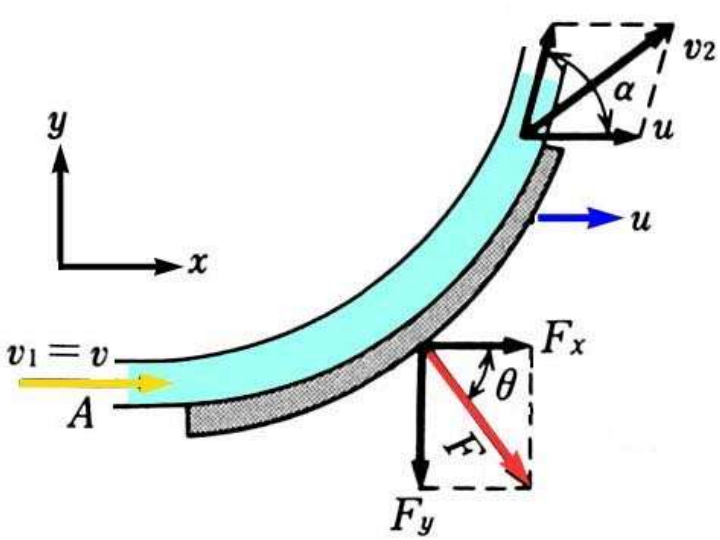
$$F_x = \rho Q(\upsilon_1 \cos\alpha_1 - \upsilon_2 \cos\alpha_2) + A_1 p_1 \cos\alpha_1 - A_2 p_2 \cos\alpha_2$$

$$F_y = \rho Q(\upsilon_1 \sin\alpha_1 - \upsilon_2 \sin\alpha_2) + A_1 p_1 \sin\alpha_1 - A_2 p_2 \sin\alpha_2$$

7.噴流が平板に衝突する場合

	固定 $(u=0)$	速度 u で動くとき
	$F=\rho Q\upsilon$ $=\rho A\upsilon^2$ $\because Q=A\upsilon$	$F=\rho A(\upsilon-u)^2$ $\because \upsilon\to\upsilon-u$
	$F=\rho Q\upsilon\sin\theta$ $=\rho A\upsilon^2\sin\theta$	$F=\rho A(\upsilon-u)^2\sin\theta$ $\because \upsilon\to\upsilon-u$

8.固定曲面板に沿って曲がる二次元噴流の場合



$F =$（流体→曲面板）

固定 $(u=0)$
$$F_x = \rho Q \upsilon (1-\cos\alpha) = \rho A \upsilon^2 (1-\cos\alpha)$$ $$F_y = -\rho Q \upsilon \sin\alpha = -\rho A \upsilon^2 \sin\alpha$$
速度 u で動くとき
$$F_x = \rho A (\upsilon - u)^2 (1-\cos\alpha)$$ $$F_y = -\rho A (\upsilon - u)^2 \sin\alpha$$