

目次

第4章 流体摩擦および境界層

- 4・1 流体の運動状態
- 4・2 流体摩擦一般
- 4・3 管摩擦
- 4.4 なめらかな円管内の流れ
- 4・5 あらい壁面をもった円管内の流れ
- 4・6 断面が円形以外の管摩擦
- 4・7 境界層

第4章 流体摩擦および境界層

この章のポイント

- ① 流れの状態（層流あるいは乱流）を理解する。
- ② 管摩擦損失を計算するためのダルシー・ワイズバッハの式を理解する。
- ③ 管摩擦係数を求めるためのムーディ線図の利用法の使用方法を把握する。

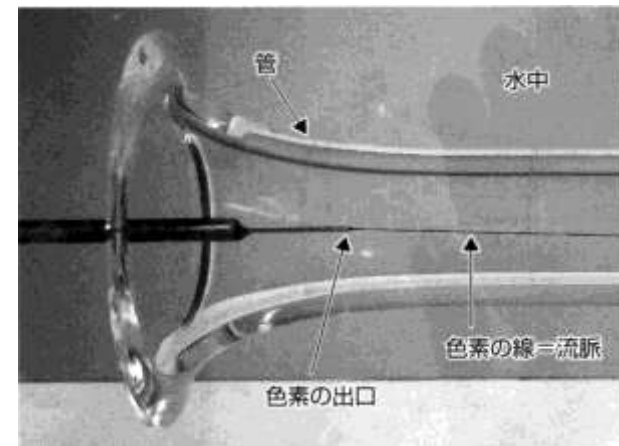
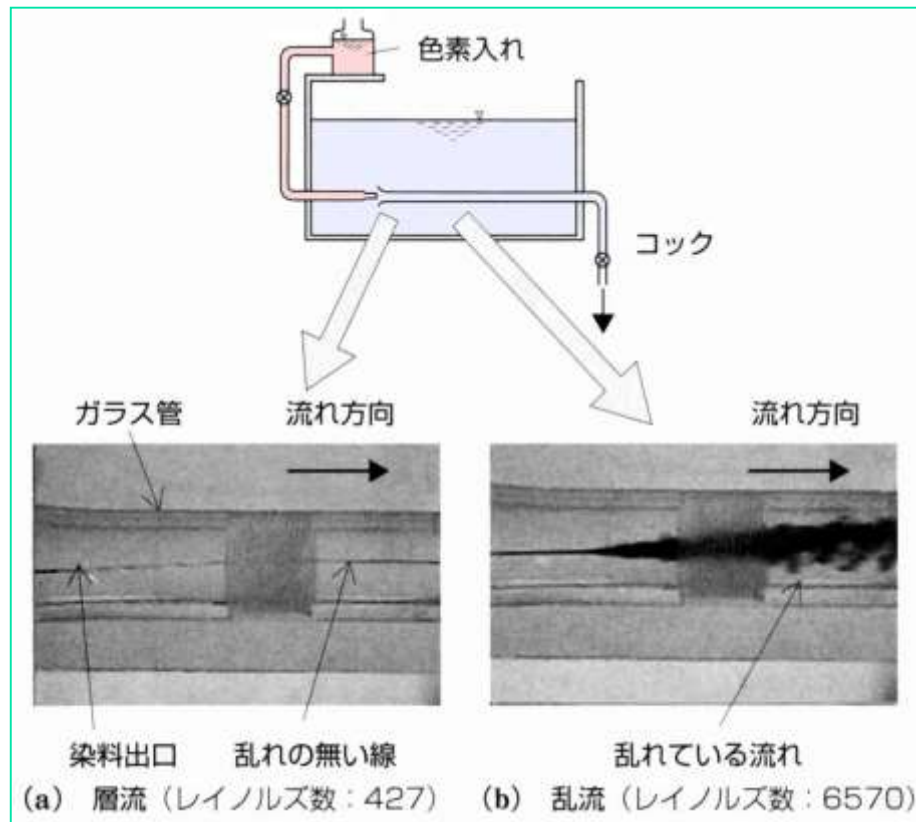
4.1 流体の運動状態 (p87)

(1) 層流(整った流れ)と乱流(乱れた流れ)

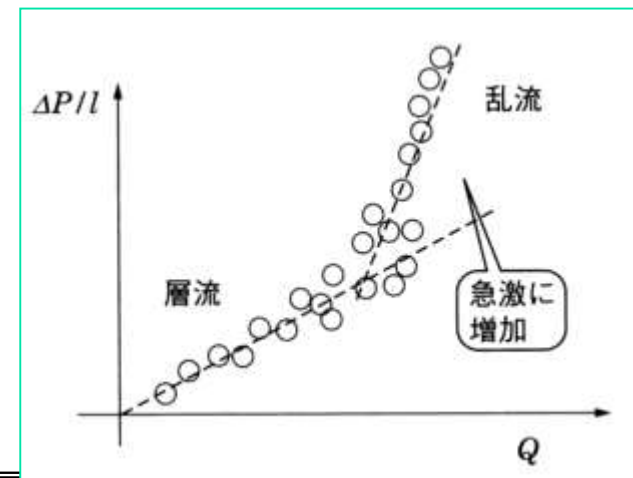
- 層流: 流体の各粒子が規則正しく流れている
- 乱流: 流体の各粒子が不規則に流れている



(2) レイノルズの実験 (二種類の流れ) (p87)



- 管内の速度が遅いときは、色素の線は直線状で整った流れ方
- 速度を増加させていくと、色素の線が乱れ不規則な流れ方



(3) レイノルズ数 (p88)

管の内径 d , 平均流速 v , 動粘度 ν とすると

$$\text{レイノルズ数 } Re = \frac{vd}{\nu} \quad \because \nu = \frac{\text{粘度 } \mu}{\text{密度 } \rho}$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{\text{慣性力}}{\text{粘性力}}$$

$$= \frac{\text{勝手に動こうとする力}}{\text{みんなで整列しましょ うという力}}$$

- レイノルズ数が小さいということは、粘性作用が強い流れ(層流): 蜂蜜や血液の流れ
- レイノルズ数が大きいということは、慣性作用が強い流れ(乱流): 一般の空気や水の流れ

$$\text{レイノルズ数 } Re = \frac{v d}{\nu} = \frac{\text{慣性力}}{\text{粘性力}} \quad \because \text{動粘度 } \nu = \frac{\text{粘度 } \mu}{\text{密度 } \rho}$$

L を代表長さを, U を代表速度, T を代表時間とすれば

$$* \text{慣性力} = \text{質量 } m \times \text{加速度 } a = \rho V \cdot a \quad \because \rho = m/V$$

$$= \rho \cdot L^3 \cdot \frac{U}{T} = \rho \cdot L^2 \cdot \frac{L}{T} \cdot U = \rho \cdot L^2 \cdot U^2 \quad \because U = \frac{L}{T}$$

$$* \text{粘性力} = \text{剪断応力 } \tau \times \text{面積 } A = \mu A \frac{du}{dy} \quad \because \tau = \mu \frac{du}{dy}$$

$$= \mu \cdot \frac{U}{L} \cdot L^2 = \mu \cdot UL$$

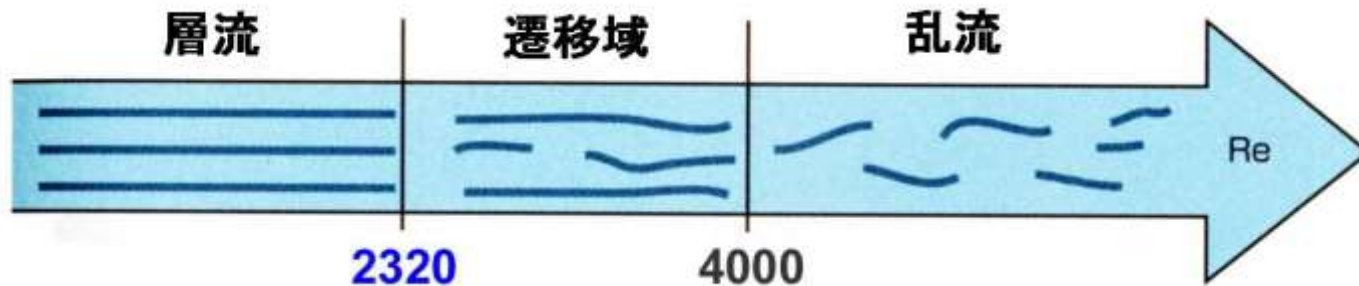
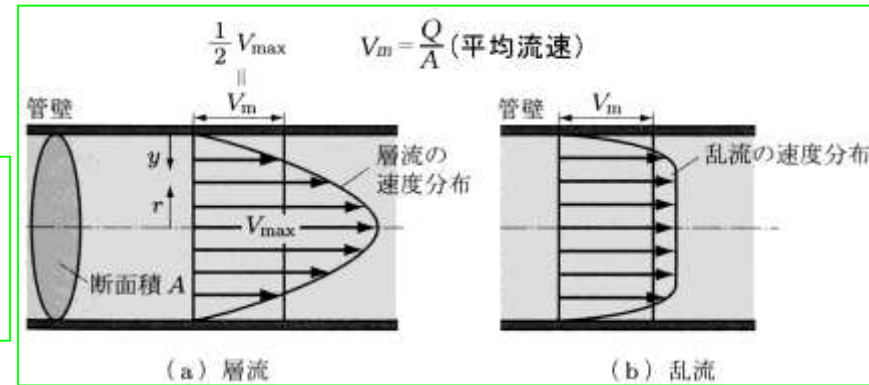
$$\frac{\text{慣性力}}{\text{粘性力}} = \frac{\rho \cdot L^2 U^2}{\mu \cdot UL} = \frac{UL}{\underline{\mu}} = \frac{UL}{\nu} = Re$$

$$\rho$$

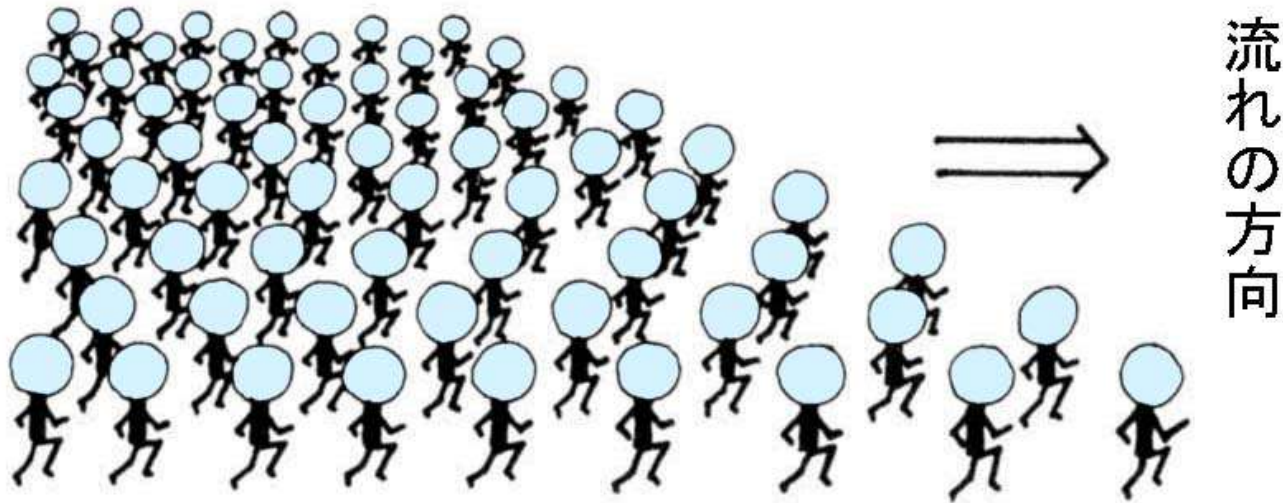
レイノルズ数がある値より小さい場合には流れは、層流になり、大きい場合には乱流になる。この境界でのレイノルズ数を臨界レイノルズ数 $Re_c = 2320$ という。

臨界レイノルズ数のときの速度を臨界速度 v_c といい、層流から乱流に移ることを遷移という。

$$\text{層流} < Re_c = \frac{v_c d}{\nu} = 2320 \leq \text{乱流}$$



流体粒子の行進



乱れの芽のことを攪乱 という。整然とした行 進の中で一人つまづくようなも の。乱れの芽が成長す る現象を「流れの不安定」とい う。

$$\text{層流} < Re_c = \frac{v_c d}{\nu} = 2320 \leq \text{乱流}$$

〔例題 1〕(p89)

内径 25mm の管内を、動粘度 $9.29\text{mm}^2 / \text{s}$ の油 $0.283\text{L} / \text{s}$ が流れている。流れは層流か乱流か。

〔解〕 レイノルズ数の式 $Re = \upsilon d / \nu$

$$A = \pi d^2 / 4 = \pi \times 0.025^2 / 4 = 0.491 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$Q = 0.283\text{L} / \text{s} = 0.283 \times 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q = A\upsilon \rightarrow \upsilon = Q / A = 0.283 \times 10^{-3} / 0.491 \times 10^{-3} = 0.576 \text{ m} / \text{s}$$

$$\nu = 9.29\text{mm}^2 / \text{s} = 9.29 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$Re = \frac{\upsilon \cdot d}{\nu} = \frac{0.576 \times 0.025}{9.29 \times 10^{-6}} = 1555 < Re_c = 2320$$

ゆえに流れは層流である。

〔練習問題 1〕

温度 20°C 、圧力 101.3 kPa の流体が内径 30 mm の円管内を流れるときの臨界速度を求めよ。流体として水と空気を取りあげよ。

$$[\text{解}] \quad \text{Re}_c = v_c d / \nu \rightarrow v_c = \text{Re}_c \cdot \nu / d$$

水の場合の動粘度 $\nu = 1.00\text{ mm}^2 / \text{s}$ (表1・2 p4)である。

臨界レイノルズ数を $\text{Re}_c (= 2320)$ とする。

$$v_c = \frac{\text{Re}_c \cdot \nu}{d} = \frac{2320 \times 1.00 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-3}} = 0.0773 [\text{m} / \text{s}]$$

空気の場合の動粘度 $\nu = 15.1\text{ mm}^2 / \text{s}$ (表1・3 p5)である。

$$v_c = \frac{\text{Re}_c \cdot \nu}{d} = \frac{2320 \times 15.12 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-3}} = 1.17 [\text{m} / \text{s}]$$

したがって、層流の状態をつくるには、水に比べて空気の流速を15倍に増加させる必要がある。

レイノルズ数を使うと便利

全長 4 m の自動車が時速 72 km/h (20 m/s) で走る場合を考える。この場合のレイノルズ数は空気の動粘度を $15.1\text{ mm}^2/\text{s}$ (表1.3 p5) とし、代表長さを全長、代表速度を自動車速度と

$$\text{すれば、 } Re = \frac{v L_a}{\nu_a} = \frac{20 \times 4}{15.1 \times 10^{-6}} = 5.3 \times 10^6$$

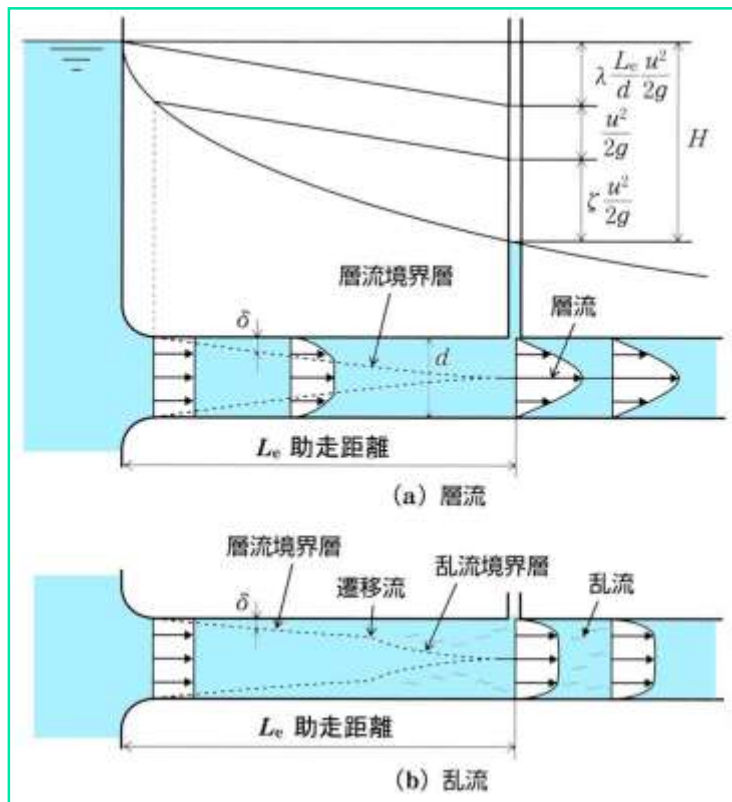
自動車を水の中に入れて同じ速度で実験する場合は、水の動粘度を $1.0\text{ mm}^2/\text{s}$ (表1.2 p4) とすると、レイノルズ数を同じにするための自動車の全長は

$$Re = \frac{v L_w}{\nu_w} \rightarrow L_w = \frac{Re \cdot \nu_w}{v} = \frac{5.3 \times 10^6 \times 1.0 \times 10^{-6}}{20} = 0.265[\text{m}]$$

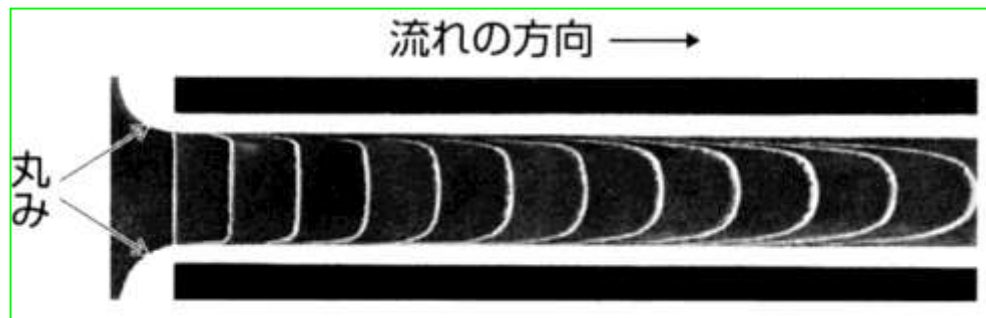
したがって、全長は 265 mm となり、実物の約 $1/15$ の自動車で実験ができることになる。

4.3 管摩擦(p95)

実際の流れには損失ヘッド(水頭)がある



助走距離 L_e : 管断面の速度分布が一定である距離



4.3 管摩擦(p95)

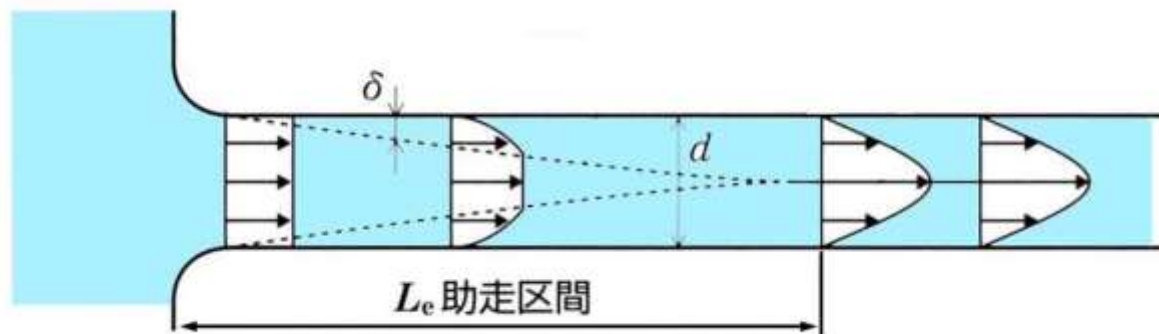
助走距離 L_e を求める式

* 層流の場合: ラングハールの理論およびニクラゼの実験より

$$L_e = (0.058 \sim 0.065) Re \cdot d \quad \because Re = \rho d / \nu$$

* 乱流の場合: ニクラゼの実験より

$$L_e = (25 \sim 40) d$$



〔練習問題 2〕

タンクにつながった直径 60mm のパイプで 20°C の水を 1.0L/s で流すとき、流れが安定するまでの入口長さを求めよ。水の動粘度係数を $1.004\text{mm}^2/\text{s}$ とする。

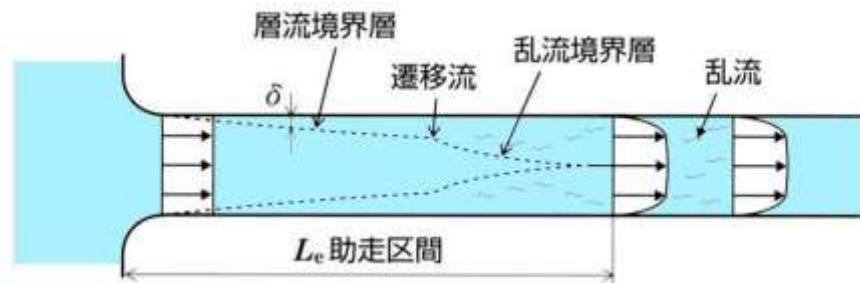
$$[\text{解}] \quad A = \pi \times 0.06^2 / 4 = 2.83 \times 10^{-3} \text{m}^2,$$

$$Q = Av \rightarrow v = Q / A = 1.0 \times 10^{-3} / 2.83 \times 10^{-3} = 0.354 \text{m/s}$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0.354 \times 0.06}{1.004 \times 10^{-6}} = 21140 > Re_c = 2320$$

乱流なので、ニクラゼの実験より

$$L_e = (25 \sim 40) d = (25 \sim 40) \times 0.06 = 1.5 \sim 2.4 [\text{m}]$$



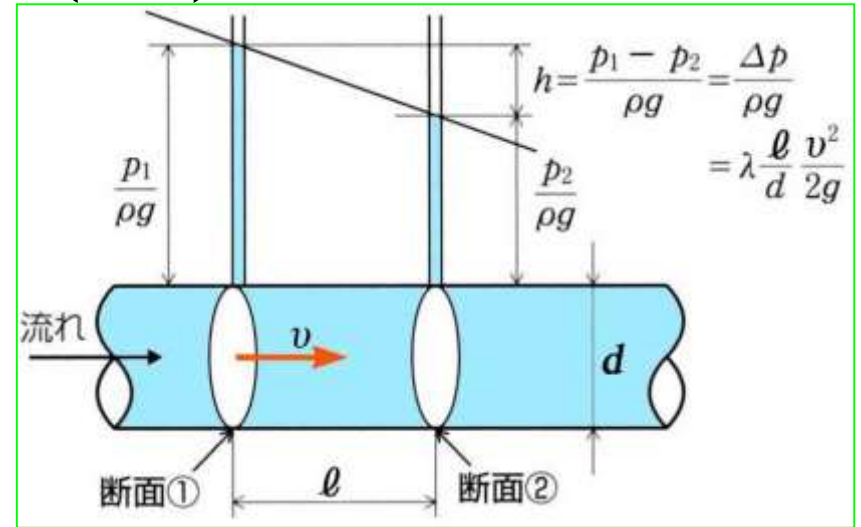
内径 d , 長さ ℓ , 平均流速 v , 損失ヘッドを h とすれば, 全ヘッド H は

$$H = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h \quad \because z_1 = z_2, v_1 = v_2 = v$$

管の摩擦損失圧力 Δp , または損失ヘッド h は

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g} \quad [m] \quad (4.11)$$

上式をダルシー・ワイズバッハの式という。ここで、 λ を管摩擦係数と呼び、レイノズル数と管壁のあらかの関数である。



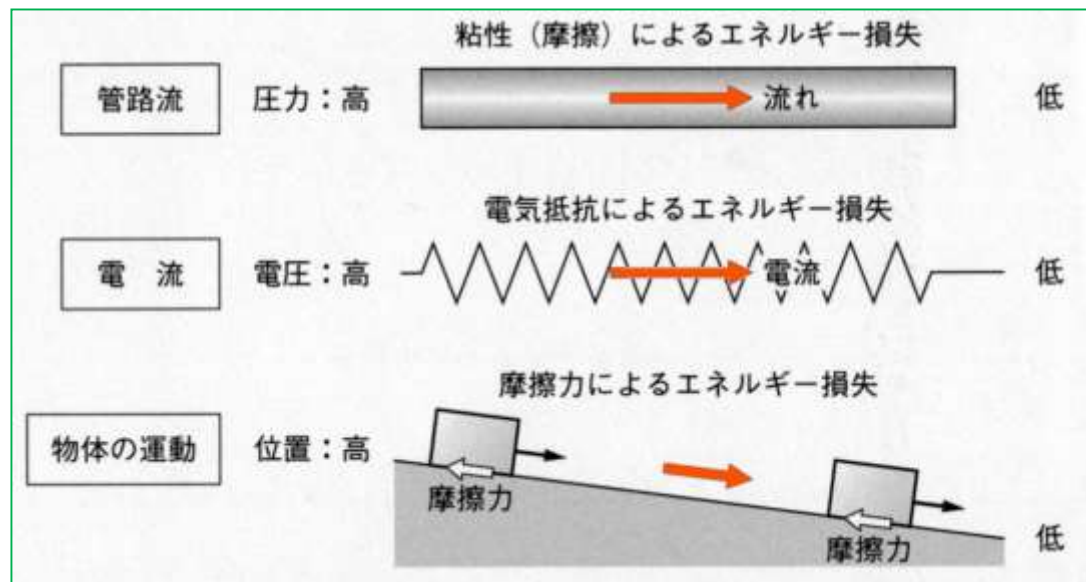
エネルギーの損失を圧力の単位 [Pa] で表したのが圧力損失 (Δp), 長さの単位 [m] で表したものが損失ヘッド (h) である。

$\Delta p = \rho g h$ の関係がある。

[摩擦損失と同様な現象]

電気抵抗の両端に電流を流した場合、抵抗の存在によってその両側に電圧差が生じる。この場合、電流は流体の流れに、電圧は圧力に相当する。

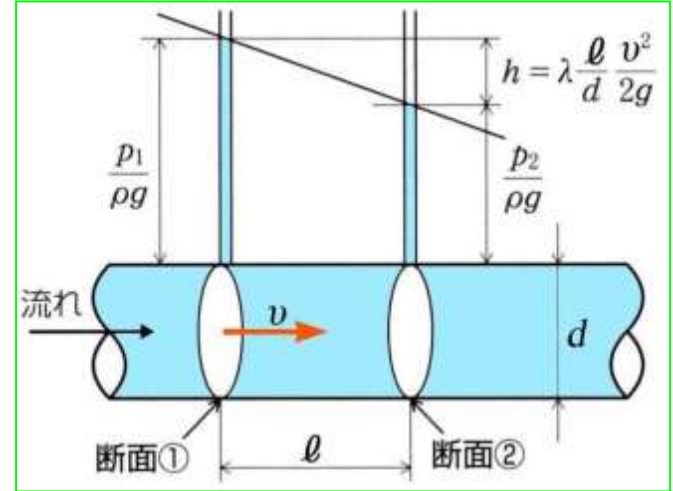
また、摩擦のある斜面を滑り落ちる物体では、物体と壁面との間に作用する摩擦力によってエネルギーが失われ、その分、位置エネルギーが減少する。



[管摩擦損失の意味]

管の損失ヘッド h は

$$h = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g} \quad [m] \quad (4.11)$$



1. 管の長さ ℓ に比例する: $h \propto \ell$

2. 速度ヘッド $\frac{v^2}{2g}$ に比例する: $h \propto \frac{v^2}{2g}$

3. 管径 d に反比例する: $h \propto \frac{1}{d}$

4. 比例定数 λ を導入する

〔例題 3〕(p97)

助走距離下流において，内径 230mm ，長さ 300m の一様な太さの管内をケロシン が 56.5 L/s 流れているとき、管摩擦による損失ヘッドは どのくらいか。ただし、管摩擦係数 $\lambda = 0.019$ とする。

$$\text{〔解〕 } h = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$Q = 56.6\text{ L/s} = 56.6 \times 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s},$$

$$A = \pi d^2 / 4 = \pi \times 0.23^2 / 4 = 0.0415 \text{ m}^2$$

$$Q = Av \rightarrow v = Q / A = 56.6 \times 10^{-3} / 0.0415 = 1.36 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 0.019, \ell = 300 \text{ m}, d = 0.23 \text{ m}, v = 1.36 \text{ m/s}$$

$$h = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g} = 0.019 \times \frac{300}{0.23} \times \frac{1.36^2}{2 \times 9.8} = 2.34 [\text{m}]$$

